

## ΑΛΓΕΒΡΑ – 10<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων

Οι αριθμοί ασκήσεων και σελίδων αντιστοιχούν στο βιβλίο *Εισαγωγή στην Άλγεβρα* του J. Fraleigh (μτφ. Α. Γιαννόπουλος).

**Άσκηση 1** (3 σελ. 341). Αν  $f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x - 5$  και  $g(x) = 2x + 1$ , στον  $\mathbb{Z}_{11}[x]$ , να βρείτε  $q(x)$  και  $r(x)$ , ώστε

$$f(x) = g(x)q(x) + r(x),$$

με τον βαθμό του  $r(x)$  μικρότερο από τον βαθμό του  $g(x)$ .

**Άσκηση 2** (6 σελ. 341). Αναλύστε το πολυώνυμο  $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$  σε γραμμικούς παράγοντες στον  $\mathbb{Z}_7[x]$ .

**Άσκηση 3** (8 σελ. 341). Είναι το  $x^3 + 2x + 3$  ανάγωγο πολυώνυμο στον  $\mathbb{Z}_5[x]$ ; Γιατί; Γράψτε το ως γινόμενο αναγώγων πολυωνύμων στον  $\mathbb{Z}_5[x]$ .

**Άσκηση 4** (9 σελ. 341). Είναι το  $2x^3 + x^2 + 2x + 2$  ανάγωγο πολυώνυμο στον  $\mathbb{Z}_5[x]$ ; Γιατί; Γράψτε το ως γινόμενο αναγώγων πολυωνύμων στον  $\mathbb{Z}_5[x]$ .

**Άσκηση 5** (12 σελ. 341). Δείξτε ότι το  $x^3 + 3x^2 - 8$  είναι ανάγωγο πάνω από το  $\mathbb{Q}$ .

**Άσκηση 6** (15 σελ. 342). Εξετάστε αν το  $8x^3 + 6x^2 - 9x + 24$  ικανοποιεί το κριτήριο του Eisenstein.

**Άσκηση 7** (26 σελ. 343). Δείξτε ότι το πολυώνυμο  $x^p + a$  στον  $\mathbb{Z}_p[x]$  δεν είναι ανάγωγο για κανένα  $a \in \mathbb{Z}_p$ .