

## ΑΛΓΕΒΡΑ – 9<sup>η</sup> σειρά ασκήσεων

Οι αριθμοί ασκήσεων και σελίδων αντιστοιχούν στο βιβλίο *Εισαγωγή στην Άλγεβρα* του J. Fraleigh (μτφ. Α. Γιαννόπουλος).

**Άσκηση 1** (5 σελ. 303). Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Fermat, βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $37^{49}$  με το 7.

**Άσκηση 2** (6 σελ. 303). Υπολογίστε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $2^{(2^{17})} + 1$  με το 19.

**Άσκηση 3** (8, 9 σελ. 303). Έστω  $p, q$  πρώτοι αριθμοί. Υπολογίστε το  $\phi(p^2)$  και το  $\phi(pq)$ .

**Άσκηση 4** (10 σελ. 303). Βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $7^{1000}$  με το 24.

**Άσκηση 5** (27 σελ. 304). Χρησιμοποιήστε το θεώρημα του Fermat για να δείξετε ότι για κάθε θετικό ακέραιο  $n$ , ο ακέραιος  $n^{37} - n$  διαιρείται με τον 383838. [Υπόδειξη:  $383838 = 37 \cdot 19 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2$ ]

**Άσκηση 6** (28 σελ. 304). Βρείτε έναν αριθμό μεγαλύτερο από τον 383838, ο οποίος να διαιρεί τον  $n^{37} - n$  για κάθε φυσικό αριθμό  $n$ .