10. Τροποποίηση κωδίκων

Όταν έχουμε έναν καλό κώδικα, ως προς κάποια συμπεριφορά, επιθυμούμε και ελπίζουμε να παράγουμε άλλο κώδικα επίσης αρκετά καλό με τροποποίηση του αρχικού.

Κάθε κώδικας έχει τρεις θεμελιώδης παραμέτρους

- το μήκος n
- τη διάσταση k
- το m = n – k

Θα αναφερθούμε σε 6 + 1 τεχνικές τροποποίησης κωδίκων. Πάντοτε μια παράμετρος παραμένει σταθερή και αυξομειώνονται οι άλλες δύο.

Όνομα	Σταθερό	Αυξάνεται	Μειώνεται
augmenting	n	k	m
expurgating	n	m	k
extending	k	n, m	-
puncturing	k	-	n, m
lengthening	m	n, k	-
shortening	m	-	n, k

Augmenting θα πει ότι προσθέτουμε κωδικές λέξεις στον C. Αυτό μπορεί να προκαλέσει μείωση της ελάχιστης απόστασης.
Expurgating θα πει ότι αφαιρούμε κωδικές λέξεις από τον C. Αυτό μπορεί να προκαλέσει αύξηση της ελάχιστης απόστασης.

Σε γραμμικό κώδικα επιτυγχάνουμε το augmenting προσθέτοντας γραμμές στον γεννήτορα πίνακα. Συνήθως, προσθέτουμε μια γραμμή, την $\underline{1} = (1\ 1\ \ldots\ 1)$ όταν αυτή δεν υπάρχει. Το expurgating το επιτυγχάνουμε σβήνοντας γραμμές από τον γεννήτορα πίνακα.

Extending επιτυγχάνουμε προσθέτοντας σύμβολα ελέγχου. Αν ο κώδικας είναι γραμμικός προσθέτουμε στήλες στον γεννήτορα πίνακα.

Puncturing επιτυγχάνουμε αφαιρώντας σύμβολα ελέγχου. Αν ο κώδικας είναι γραμμικός αφαιρούμε στήλες από τον γεννήτορα πίνακα.

Lengthening επιτυγχάνουμε αυξάνοντας το μήκος και προσθέτοντας και άλλες κωδικές λέξεις. Αν ο κώδικας είναι γραμμικός προσθέτουμε κάποιον αριθμό νέων γραμμών στον γεννήτορα πίνακα και τον ίδιο αριθμό στηλών.

Shortening επιτυγχάνουμε διαγράφοντας συντεταγμένες και κωδικές λέξεις.

<u>Concatenation (περιπλοκή κωδίκων)</u>

Πρόκειται για κατασκευή πολύ συνηθισμένη στην πράξη. Π.χ. η NASA συχνά χρησιμοποιεί έναν κώδικα ο οποίος αποτελεί περιπλοκή ενός Reed – Solomon και ενός convolutional (non – block) κώδικα. Θεωρούμε μια k_1k_2 – άδα από το σώμα $\mathbf{F}_2$

την οποία συμβολίζουμε με α. Ομαδοποιούμε το α σε k_1 – το πλήθος k_2 – άδες α_i όπου i = 0, 1, …, $k_1 - 1$. Δηλαδή, έχουμε ότι $\alpha = \alpha_0 \alpha_1 \dots \alpha_{k_1-1}$ όπου φανταζόμαστε κάθε k_2 – άδα σαν ένα στοιχείο του σώματος $\mathbf{F}_{2^{k_2}}$. Στη συνέχεια υποθέτουμε ότι έχουμε έναν (n_1, k_1, d_1) – κώδικα c_1 ως προς το σώμα $\mathbf{F}_{2^{k_2}}$. Θα τον ονομάζουμε **εσωτερικό κώδικα**. Το α κωδικοποιείται μέσω του c_1 στο $c = c_0c_1\dots c_{n_1-1}$ ως προς το σώμα $\mathbf{F}_{2^{k_2}}$.

Στη συνέχεια σε κάθε μια από τις n_1 στο πλήθος «συλλαβές» του $\mathbf{F}_{2^{k_2}}$ κωδικοποιείται, χρησιμοποιώντας έναν (n_2, k_2, d_2) – κώδικα c_2, ο οποίος λέγεται **εξωτερικός κώδικας**.

Η λέξη d που προέκυψε έχει μήκος n_1n_2. Η διαδικασία κωδικοποίησης των δύο βημάτων λέγεται και <u>υπερκωδικοποίηση.</u>

Ξεκινάμε με μια k_1k_2 – άδα και καταλήγουμε σε μια n_1n_2 – άδα. Ο καινούριος κώδικας έχει τύπο (n, k, d_{min}) όπου $n = n_1n_2$, $k = k_1k_2$ και $d = d_{min}(C) \geq d_1d_2$ (άσκηση)