2. Συναρτήσεις πάνω σε αλγεβρικές καμπύλες

Ορισμός 2.2.1 Έστω $f(X, Y) \in K[X, Y]$ (απόλυτα) ανάγωγο πολυώνυμο. Ο δακτύλιος $R := \frac{K[X, Y]}{< f(X, Y) >}$ θα λέγεται **δακτύλιος πηλίκων** του $K[X, Y]$ με το πολυώνυμο $f(X, Y)$.

Αν $C = \{(a, b) \in K \times K$ για τα οποία $f(a, b) = 0\}$ τότε θα γράφουμε $R = K[C]$. Επειδή το πολυώνυμο $f(X, Y)$ είναι ανάγωγο ο δακτύλιος $R = K[C]$ είναι ακέραια περιοχή.

Ορισμός 2.2.2 Το σώμα $K(C) = Quot(K[C])$ θα λέγεται **σώμα των ρητών συναρτήσεων** της καμπύλης C.

Παράδειγμα 2.2.3 Έστω το πολυώνυμο $f(X, Y) = X^3 - Y \in K[X, Y]$. Το $f(X, Y)$ είναι ανάγωγο. Θεωρούμε τον δακτύλιο $R = \frac{K[X, Y]}{< f(X, Y) >}$. Αν $h(X, Y) \in K[X, Y]$ η εικόνα του στον R βρίσκεται η εξής: Αντικαθιστούμε το Y με το X^3. Έτσι έχουμε ένα πολυώνυμο ως προς X, δηλαδή $\frac{K[X, Y]}{< f(X, Y) >} = K[X]$. Το αντίστοιχο σώμα πηλίκων, $K(X)$, λέγεται **ρητό**.

Αυτό δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα το σώμα των ρητών συναρτήσεων της συνάρτησης $f(X, Y) = X^3 + Y^3 + 1 = 0$ δεν είναι ρητό.