ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης
Φθινόπωρο 2002

$2^η$ σειρά ασκήσεων

1. Αν H, G οι πίνακες ελέγχου ισοτιμίας και γεννήτορας πίνακας αντίστοιχα ενός κώδικα C, να αποδείξετε ότι :
$$G \cdot H^T = 0 \text{ και } H \cdot G^T = 0$$

2. Αν H ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας και G ο γεννήτορας πίνακας, κώδικα C, να αποδείξετε ότι ο G είναι πίνακας ελέγχου ισοτιμίας και ο H γεννήτορας πίνακας του δυϊκού κώδικα $C^{\perp}$.

3. Να συγκρίνετε τα φράγματα Hamming, Singliton, Gilbert - Varshamov και Plotkin για δυαδικό κώδικα C όταν $[n, d] = [7,5], [8,5], [15,9]$.

4. Να αποδείξετε ότι σε γραμμικό δυαδικό κώδικα C, όλες οι λέξεις έχουν άρτιο βάρος ή οι μισές άρτιο και οι μισές περιττό.

5. Αν C δυαδικός (n, M, d) κώδικας όπου $n < 2 \cdot d$ να αποδείξετε ότι
$$M \leq \begin{cases} \frac{2d}{2d-n} & \text{, όταν ο M άρτιος} \\ \frac{2d}{2d-n} - 1 & \text{, όταν ο M περιττός} \end{cases}$$

6. Ο γεννήτορας πίνακας κώδικα C είναι ο
$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
Να τον γράψετε στην κανονική του μορφή.

7. Αν G_1, G_2 γεννήτορες πίνακες δύο γραμμικών (n_1, k, d_1) και (n_2, k, d_2) κωδίκων αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι οι κώδικες με γεννήτορα πίνακα
$$G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{bmatrix} \text{ και}$$
$$G' = [G_1, G_2]$$
είναι του τύπου $(n_1 + n_2, 2 \cdot k, min\{d_1, d_2\})$ και $(n_1 + n_2, k, d)$ αντίστοιχα, όπου $d \geq d_1 + d_2$.