ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Θεωρία Πληροφορίας και Κωδικοποίησης
Φθινόπωρο 2002

4^{η} σειρά ασκήσεων

1. Θεωρούμε το γραμμικό κώδικα με γεννήτορα πίνακα
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
στο $\mathbb{F}_3$. Να υπολογίσετε όλες τις κωδικές λέξεις αυτού και την ελάχιστη απόσταση του κώδικα. Είναι ο κώδικας τέλειος; Είναι κυκλικός;

2. Να ορίσετε τον πίνακα οδηγών cosets και συνδρόμων ενός δυαδικού γραμμικού (3,1) κώδικα C που παράγεται από το πολυώνυμο
$$g(x) = 1 + x + x^2$$
Κάντε το ίδιο για το δυαδικό γραμμικό $(7, 3)$ κώδικα που παράγεται από το πολυώνυμο
$$g(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4.$$

3. Αν C κυκλικός δυαδικός κώδικας, παραγόμενος από το πολυώνυμο
$$g(x) = 1 + x + x^3$$
να αποκωδικοποιήσετε αν είναι δυνατό τα μηνύματα 1110010, 1110011, 1110101.

4. (α′) Αν $f(x) \in \mathbb{F}_2[x]$, ανάγωγο, $deg(f) \geq 2$, τότε έχει περιττό αριθμό μή-μηδενικών συντελεστών.
   (β′) Να καταγράψετε όλα τα ανάγωγα πολυώνυμα του $\mathbb{F}_2[x]$ βαθμού 1 εώς 4. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε το σώμα με 8 στοιχεία.

5. Να βρείτε όλους τους τριαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 4 και να γράψετε ένα γεννήτορα πίνακα για καθέναν από αυτούς.

6. Να κατασκευάσετε ένα γεννήτορα πίνακα του τριαδικού κώδικα Hamming C_2 τύπου $(4, 2, 3)$. Συνδυάστε τα αποτελέσματα της άσκησης 5 και αποδείξτε ότι ο κώδικας δεν είναι κυκλικός.

7. Αν C δυαδικός κυκλικός κώδικας περιττού μήκους, να αποδείξετε ότι ο C περιέχει μια κωδική λέξη περιττού βάρους ακριβώς τότε όταν η $111\ldots1$ είναι κωδική λέξη του C.