

**ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 08/09/2017**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

1. **(3)** Κατασκευάζουμε ανοικτό ορθογώνιο κουτί από χαρτόνι διαστάσεων  $10 \times 16$  cm αποκλώνοντας τέσσερα ίσα τετράγωνα από τις κορυφές και διπλώνοντας τις προεξέχουσες πλευρές (κάνετε σχήμα). Βρείτε τη συνάρτηση  $E(x)$  που παριστάνει την επιφάνεια του κουτιού. Για ποιά  $x_0$  η  $E(x)$  γίνεται μέγιστη; Ποια είναι η μέγιστη τιμή  $E(x_0)$ ;

2. **(2)** Υπολογίσατε τα ολοκληρώματα:

$$\int \frac{x-2}{x^2-1} dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{2x-1}} dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx.$$

3. **(2)** Επιλύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -k \text{ m/sec}^2, \quad v(0) = v_0 \text{ m/sec}, \quad s(0) = s_0 \text{ m}.$$

Εδώ  $s(t)$  είναι η απόσταση που διανύει ένα κινητό,  $v(t)$  η ταχύτητά του και  $k$  είναι μία θετική σταθερά. Βρείτε το  $t_0$  για το οποίο  $v(t_0) = 0$ . Υπολογίστε κατόπιν την απόσταση που διανύει το κινητό μέχρι να σταματήσει.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^2$  και  $g(x) = x^3$ .

α) **(1)** Νά βρεθεί το εμβαδόν που περικλείουν οι γραφικές παραστάσεις των  $f$  και  $g$  στο διάστημα  $[0, 1]$ .

β) **(2)** Νά βρεθεί ο όγκος του δακτυλιοειδούς που σχηματίζεται από την περιστροφή των  $f$  και  $g$  γύρω από τον άξονα των  $x$ . (Κάνετε σχήμα).

**Διάρκεια 90 λεπτά.**