

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ – ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
05/05/15

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ

1. α) **(0.25)** Βρείτε τις καρτεσιανές εξισώσεις της ευθείας που περνά από το σημείο $(1, 0, 1)$ και είναι κάθετη στο επίπεδο $4x + y + 2 = 0$.

β) **(0.25)** Βρείτε το επίπεδο που διέρχεται από τό $(1, 2, 1)$ και είναι κάθετο στο διάνυσμα $(1, 2, 1)$.

2. **(0.75)** Δίνεται η παραμετρημένη καμπύλη γ με τύπο $\gamma(t) = (3 \sin t, 3 \cos t, t)$, $t \in [0, 1]$, που περιγράφει τη θέση ενός κινητού κατά τη χρονική στιγμή t . Βρείτε το διάνυσμα ταχύτητας, το διάνυσμα επιτάχυνσης και το μήκος της γ .

3. **(0.5)** Διερευνήστε την ύπαρξη του ορίου της

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^2}{x^4 - y^2},$$

στο σημείο $(0, 0)$.

4. **(0.5)** Βρείτε το εφαπτόμενο επίπεδο της $z = \ln(x^2 + y^2)$ στο σημείο $(0, 1, 0)$.

5. **(0.75)** Έστω $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, $x = u + v + w$, $y = u - v + w$, $z = u - v - w$. Βρείτε τις f_u, f_v, f_w με τον κανόνα της αλυσίδας.

6. **(0.25)** Βρείτε τις κατευθύνσεις μέγιστης μείωσης και μέγιστης αύξησης της συνάρτησης

$$f(x, y) = 3xy - 2y^2, \quad \text{στο σημείο } P(3, 3).$$

7. Έστω η $f(x, y) = x^2 - y^2$ ορισμένη στο \mathbb{R}^2 .

(1) **(0.5)** Βρείτε αν υπάρχουν τα τοπικά ακρότατα της f .

(2) **(0.5)** Βρείτε τα ακρότατα της f υπό τη συνθήκη $x^2 + y^2 = 1$.

Υπάρχουν 4.25 μονάδες. Άριστα το 4.

Διάρκεια εξέτασης: 60 λεπτά.