

Η εξίσωση του Fermat $X^3 + Y^3 = Z^3$

Εμμανουήλ Παπαδάκης

Ημερομηνία παράδοσης 5-10-2014

1 Προκαταρκτικά

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η απόδειξη του εξής Θεωρήματος.

Θεώρημα 1.1 Η εξίσωση $X^3 + Y^3 = Z^3$ σε μη μηδενικούς ακεραίους X, Y, Z είναι αδύνατη.

.....
Στην αρχή θα εκθέσω τις βασικές ιδιότητες του σώματος

$$\mathbb{Q}(\omega), \quad \omega = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

Είναι εύκολο να δείξει κανείς ότι

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0.$$

.....
Θα αποδείξω την εξής πρόταση.

Πρόταση 1.2 Στον δακτύλιο $\mathbb{Z}[\omega]$ ισχύει η μονοσήμαντη ανάλυση σε πρώτους.

2 Πραγμάτευση της εξίσωσης

Στην ενότητα 1 είδαμε ότι ...

.....
Η εξίσωση $X^3 + Y^3 = Z^3$ παραγοντοποιείται στο σώμα $\mathbb{Q}(\omega)$ (βλ. (1)) ως εξής:

$$(X + Y)(X + Y\omega)(X + Y\omega^2) = Z^3 \quad (2)$$

Με τη βοήθεια της Πρότασης 1.2 θα αποδείξω το Θεώρημα 1.1.