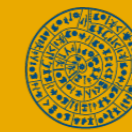




# Δυναμική σολιτονίων σε αντισιδηρομαγνήτες

Γιώργος Θεοδώρου

Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Κρήτης  
Ινστιτούτο Εφαρμοσμένων και Υπολογιστικών Μαθηματικών, ΙΤΕ

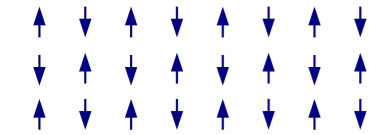


# FORTH

FOUNDATION FOR RESEARCH AND TECHNOLOGY - HELLAS

## Αντισιδηρομαγνήτες

Σε υλικά που επιδεικνύουν αντισιδηρομαγνητισμό, οι μαγνητικές ροπές των ατόμων ή μορίων, που σχετίζονται συνήθως με τα σπιν των ηλεκτρονίων, στοιχίζονται σε κανονική διάταξη με τα γειτονικά σπιν δείχνοντας σε αντίθετες κατευθύνσεις. Οι αντισιδηρομαγνήτες είναι μαγνητικά υλικά που δεν έχουν καθαρή μακροσκοπική μαγνήτιση και, ως εκ τούτου, είναι σχεδόν μη ευαίσθητα στα εξωτερικά μαγνητικά πεδία. Η ύπαρξη αντισιδηρομαγνητισμού προτάθηκε από τον Louis Néel για να εξηγήσει τη μαγνητική συμπεριφορά ορισμένων



αλάτων με περίπλοκες πλεγματικές δομές. Τα υλικά παραμένουν αντισιδηρομαγνητικά μόνο κάτω από την αντίστοιχη θερμοκρασία Néel,  $T_N$ . Πάνω από αυτή, το υλικό υφίσταται αλλαγή φάσης, δηλαδή η θερμική ενέργεια γίνεται αρκετά μεγάλη ώστε να καταστρέψει τη μικροσκοπική μαγνητική διάταξη μέσα στο υλικό. Στη διάλεξή του για το Νόμπελ του 1970, ο Louis Néel δήλωσε ότι «τα αντισιδηρομαγνητικά υλικά είναι εξαιρετικά ενδιαφέροντα από θεωρητική άποψη, αλλά δεν φαίνεται να έχουν καμία εφαρμογή». Αυτή η αιτιολόγηση άποψη για τους αντισιδηρομαγνήτες άλλαξε δραματικά μερικές δεκαετίες αργότερα. Στις μέρες μας, αυτά τα υλικά υπόσχονται να παραδώσουν αρκετές πρακτικές εφαρμογές.

## Το μη γραμμικό σ-μοντέλο

Η εξίσωση που περιγράφει τη μικροδομή των αντισιδηρομαγνητικών υλικών δίνεται για το διάνυσμα Néel και είναι μια επέκταση του μη γραμμικού σ-μοντέλου

$$\mathbf{n} \times (\ddot{\mathbf{n}} - \partial_\mu \partial_\mu \mathbf{n} - 2\lambda \epsilon_{\mu\nu} \mathbf{e}_\mu \times \partial_\nu \mathbf{n} - n_3 \mathbf{e}_3) = 0.$$

Με  $\dot{\mathbf{n}}$  συμβολίζουμε την παράγωγο ως προς τον αδιάστατο χρόνο  $\tau$ , ο συμβολισμός  $\partial_1, \partial_2$  υποδηλώνει παραγωγή ως προς  $x$  και  $y$  αντίστοιχα και  $\epsilon_{\mu\nu}$  είναι ο αντισυμμετρικός τανυστής με  $\mu, \nu = 1, 2$ . Επίσης, έχει υιοθετηθεί η σύμβαση πρόσθεσης Einstein για επαναλαμβανόμενους δείκτες.

## Σκυρμionία Belavin - Polyakov

Αγνοούμε τη χρονική εξάρτηση και τους δύο τελευταίους όρους της εξίσωσης και παίρνουμε το απλούστερο μοντέλο ανταλλαγής

$$\mathbf{n} \times \partial_\mu \partial_\mu \mathbf{n} = 0.$$

Η στερεογραφική προβολή του  $\mathbf{n}$  στο μιγαδικό επίπεδο είναι

$$\Omega = \frac{n_1 + in_2}{1 + n_3}.$$

Η εξίσωση ως προς τη μεταβλητή  $\Omega$  είναι ισοδύναμη με τις συνθήκες Cauchy - Riemann και έχει ως λύση οποιαδήποτε συνάρτηση του  $z$  ή του  $\bar{z}$ . Για παράδειγμα

$$\Omega = \alpha z, \alpha z^2, \frac{\alpha}{z}, \frac{\alpha}{\bar{z}}, \alpha \bar{z}, \dots \text{όπου } \alpha \in \mathbb{C}.$$

## Μετασχηματισμός Lorentz

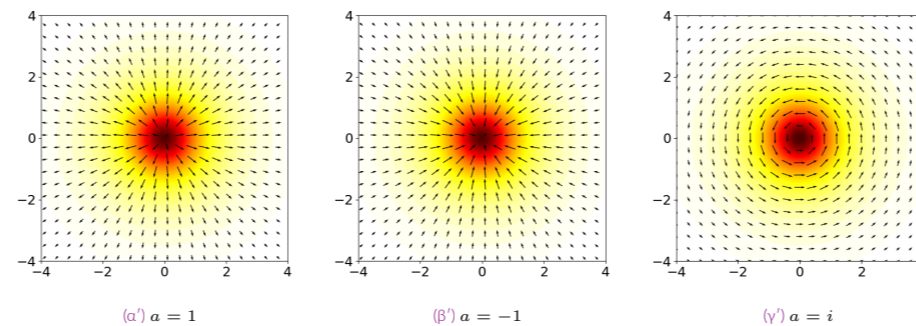
Για κάθε στατική λύση  $\mathbf{n}_0(x, y)$  του μοντέλου ανταλλαγής μπορούμε να αποκτήσουμε μία κινούμενη με σταθερό σχήμα και σταθερή ταχύτητα, ως

$$\mathbf{n}(x, y, t; v) = \mathbf{n}_0\left(\frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}}, y\right), \quad v < 1,$$

όπου  $v$  η ταχύτητα διάδοσης. Ο μετασχηματισμός προκαλεί συστολή των λύσεων κατά τη διεύθυνση διάδοσής τους. Αύξηση της ταχύτητας συνεπάγεται μεγαλύτερη συστολή.

## Το αξονικά συμμετρικό σκυρμionίο $\Omega = a/\bar{z}$

Σχήμα 1. Το σκυρμionίο  $\Omega = a/\bar{z}$ . Η στερεογραφική προβολή αντιστρέφεται και μας δίνει το διάνυσμα Néel. Τα βέλη δείχνουν την προβολή του  $\mathbf{n}$  στο επίπεδο  $(n_1, n_2)$  και τα χρώματα δηλώνουν το στοιχείο  $n_3$ . Το κόκκινο σημαίνει  $n_3 < 0$ , το λευκό σημαίνει  $n_3 > 0$  και το κίτρινο  $n_3 \approx 0$ .



- Ως κέντρο του σκυρμionίου ορίζουμε το σημείο του χώρου για το οποίο ισχύει  $n_3 = -1$  και ως ακτίνα του την απόσταση του κέντρου από το σημείο στο οποίο  $n_3 = 0$ .
- Το σκυρμionίο  $\Omega = a/\bar{z}$  είναι λύση για οποιαδήποτε επιλογή της ακτίνας  $a$ .
- Το μοντέλο είναι αμετάβλητο σε ολικές περιστροφές του  $\mathbf{n}$ .

## Κινούμενα χειρόμορφα σκυρμionία

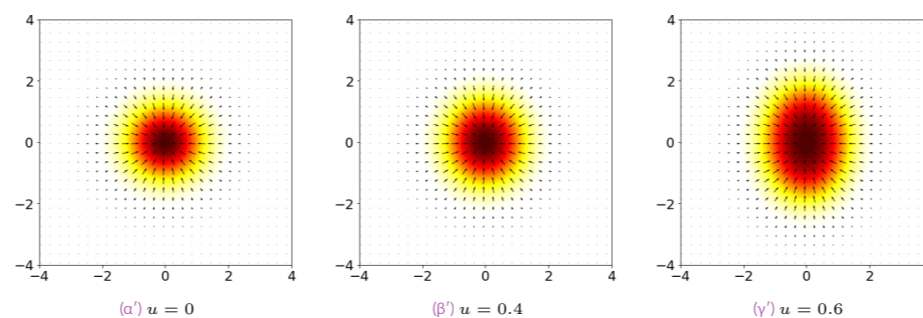
Οι συμμετρίες 2. και 3. του μοντέλου ανταλλαγής χάνονται με την εισαγωγή του χειρόμορφου όρου  $2\lambda \epsilon_{\mu\nu} \mathbf{e}_\mu \times \partial_\nu \mathbf{n}$ . Πλέον υπάρχει εξάρτηση της ακτίνας από την παράμετρο  $\lambda$  και η προβολή του διανύσματος  $\mathbf{n}$  πρέπει να δείχνει προς το κέντρο του σκυρμionίου. Χάνεται επίσης η συμμετρία στον μετασχηματισμό Lorentz. Για το πλήρες μοντέλο βρίσκουμε αριθμητικά στατικές αλλά και κινούμενες λύσεις της μορφής

$$\mathbf{n}(x, y, t) = \mathbf{n}(x - vt, y),$$

όπου  $v$  η ταχύτητα διάδοσης στη διεύθυνση  $x$ . Η εισαγωγή της  $\mathbf{n}(x - vt, y)$  στην εξίσωση δίνει τη

$$\mathbf{n} \times (v^2 \partial_1^2 \mathbf{n} - \nabla^2 \mathbf{n} - 2\lambda \epsilon_{\mu\nu} \mathbf{e}_\mu \times \partial_\nu \mathbf{n} - n_3 \mathbf{e}_3) = 0.$$

Σχήμα 2. Το πεδίο  $\mathbf{n}$  για ένα στατικό και για κινούμενα σκυρμionία. Τιμή της παραμέτρου  $\lambda = 0.45$ .



Καθώς η ταχύτητα αυξάνεται το σκυρμionίο διαστελλεται προς τη διεύθυνση που είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσής του. Υπάρχει επίσης μια μικρότερη διαστολή του σκυρμionίου κατά μήκος του άξονα διάδοσης. Αυτή η συμπεριφορά είναι πολύ διαφορετική από αυτήν που έχει το κινούμενο σκυρμionίο για το μοντέλο ανταλλαγής.

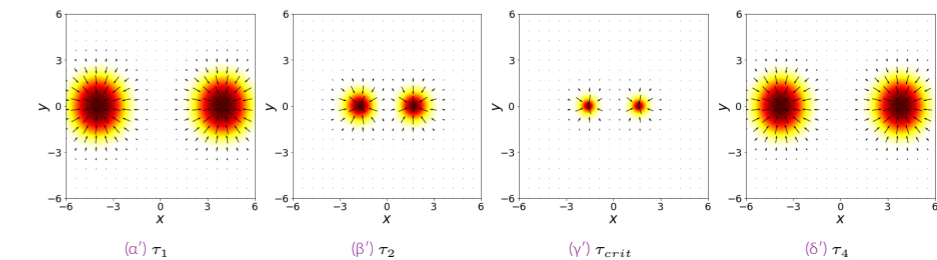
## Σκέδαση σκυρμionίων

Προσομοιώνουμε σκέδαση σκυρμionίων λύνοντας αριθμητικά την εξίσωση. Θεωρούμε ότι αρχικά τα κέντρα τους βρίσκονται σε απόσταση  $2a$ , η οποία είναι πολύ μεγαλύτερη από την ακτίνα του κάθε σκυρμionίου ( $2a \gg R$ ), έτσι ώστε να θεωρούνται ανεξάρτητα μεταξύ τους και κατασκευάζουμε την αρχική συνθήκη

$$\mathbf{n}(x, y, 0) = \begin{cases} \mathbf{n}_v(x - a, y), & x > 0 \\ \mathbf{n}_v(x + a, y), & x < 0, \end{cases}$$

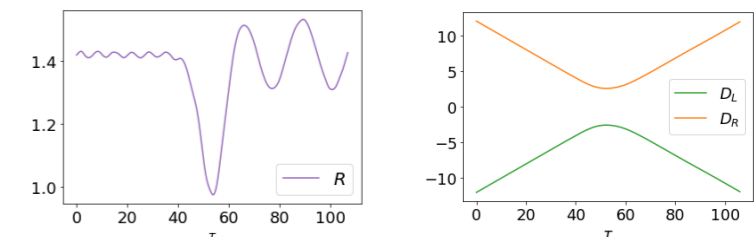
όπου  $\mathbf{n}_v$  η κινούμενη λύση με ταχύτητα  $v$ . Κατασκευάζουμε επίσης την αντίστοιχη αρχική χρονική παράγωγο. Σύμφωνα με την αρχική συνθήκη, τη χρονική στιγμή  $\tau = 0$  τα σκυρμionία βρίσκονται σε πορεία σύγκρουσης. Από τις αριθμητικές προσομοιώσεις επιβεβαιώνουμε ότι καθώς ο χρόνος αυξάνεται τα σκυρμionία πλησιάζουν μεταξύ τους και τείνουν να συγκρουστούν.

Σχήμα 3. Στιγμιότυπα από τη σκέδαση σκυρμionίων με αρχική ταχύτητα  $v = 0.4$  και αρχική απόσταση  $a = 12$ .



- Όταν τα σκυρμionία βρίσκονται μακριά δεν αλληλεπιδρούν. Κινούνται με σταθερό σχήμα και ταχύτητα.
- Όταν πλησιάζουν αρκετά συστέλλονται (και στις δύο διευθύνσεις) και επιβραδύνονται μέχρι που σταματούν.
- Έπειτα, τα σκυρμionία απομακρύνονται, αποκτούν σταθερή ταχύτητα, αλλά όχι εντελώς το αρχικό τους σχήμα. Παρατηρούνται αυξομειώσεις της ακτίνας τους.
- Τη στιγμή που σταματούν η συστολή είναι μεγαλύτερη για μεγαλύτερες αρχικές ταχύτητες.
- Η συμπεριφορά των σκεδαζόμενων σκυρμionίων και μαγνητικών τειχών μπορεί να παρομοιαστεί με τη συμπεριφορά κλασικών σωματιδίων που απωθούνται.

Σχήμα 4. Ακτίνα  $R$  και θέση των σκυρμionίων κατά τη διάρκεια της σκέδασης ως συναρτήσεις του χρόνου. Αρχική ταχύτητα  $v = 0.2$  και τιμή της παραμέτρου  $\lambda = 0.5$ .



## Αναφορές

A.A. Belavin and A.M. Polyakov. Metastable states of two-dimensional isotropic ferro - magnets. JETP Lett 22, 245-248 (1975).

S. Komineas and N. Papanicolaou. Traveling skyrmion in chiral antiferromagnets. SciPost Phys.8, 086 (2020).