

ΑΛΓΕΒΡΑ – 5^η σειρά ασκήσεων

Οι αριθμοί ασκήσεων και σελίδων αντιστοιχούν στο βιβλίο *Εισαγωγή στην Άλγεβρα* του J. Fraleigh (μτφ. Α. Γιαννόπουλος).

Άσκηση 1 (2, 3, 9, 11 σελ. 106, 107). α'. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του n με m , όταν $n = -42$, $m = 9$ και όταν $n = -50$, $m = 8$.

β'. Με $+_n$ συμβολίζουμε την πρόσθεση modulo n . Υπολογίστε τα αθροίσματα $21 +_{30} 19$ και $39 +_{54} 17$.

Άσκηση 2 (16, 17 σελ. 107). Βρείτε το πλήθος των στοιχείων της κυκλικής ομάδας.

α'. Η κυκλική υποομάδα της \mathbb{Z}_{30} που παράγεται από το 25.

β'. Η κυκλική υποομάδα της \mathbb{Z}_{42} που παράγεται από το 30.

Άσκηση 3 (18, 19 σελ. 107). Βρείτε το πλήθος των στοιχείων της κυκλικής υποομάδας της ομάδας \mathbb{C}^* των μη μηδενικών μιγαδικών αριθμών, με πράξη τον πολλαπλασιασμό, που παράγεται από

α'. το i ,

β'. το $(1 + i)/\sqrt{2}$ και

γ'. το $1 + i$.

Άσκηση 4 (26, 28 σελ. 107). Βρείτε όλες τις δυνατές τάξεις υποομάδων των ομάδων \mathbb{Z}_{12} και \mathbb{Z}_{17} .