

MEM 03.xx ΘΕΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ: ΟΥΡΑΝΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Διδάσκων: Κ. Αθανασόπουλος

A. Ύλη του μαθήματος

I. Κεντρικές δυνάμεις

1. Κίνηση υλικού σημείου σε κεντρικό πεδίο δυνάμεων.
2. Οι σταθερές της κίνησης, στροφορμή και μηχανική ενέργεια.
3. Ο 2ος νόμος του Kepler.

II. Κωνικές τομές

1. Η έλλειψη σε πολικές συντεταγμένες και οι χαρακτηρισμοί της.
2. Η υπερβολή.
3. Η παραβολή.

III. Το πρόβλημα και οι νόμοι του Kepler

1. Λύσεις με μη-μηδενική στροφορμή και 1ος νόμος του Kepler.
2. Ενέργεια, στροφορμή και το διάνυσμα της εκκεντρότητας.
3. Ο 3ος νόμος του Kepler.
4. Εκκεντρική ανωμαλία και εξίσωση του Kepler στην ελλειπτική περίπτωση.
5. Γεωμετρική ερμηνεία της εκκεντρικής ανωμαλίας στην ελλειπτική περίπτωση.
6. Εκκεντρική ανωμαλία και εξίσωση του Kepler στις περιπτώσεις της υπερβολικής και της παραβολικής τροχιάς.

IV. Η γεωμετρία του προβλήματος του Kepler

1. Η καμπύλη ταχυτήτων και το οδογραφικό θεώρημα του Hamilton.
2. Η αντιστροφή και η στερεογραφική προβολή.
3. Σφαιρική Γεωμετρία και το θεώρημα του J. Moser για τις λύσεις με αρνητική μηχανική ενέργεια.
4. Στοιχεία Υπερβολικής Γεωμετρίας.
5. Το θεώρημα των Yu. Osipov και E. Belbruno για τις λύσεις με θετική μηχανική ενέργεια.

V. Μηχανικά συστήματα του Hamilton

1. Η αρχή της ελάχιστης δράσης.
2. Οι διαφορικές εξισώσεις του Hamilton.
3. Κανονικοί μετασχηματισμοί.
4. Το πρόβλημα του Kepler ως μηχανικό σύστημα του Hamilton.

VI. Το πρόβλημα των n -σωμάτων⁰

1. Διατύπωση του προβλήματος και το δυναμικό του Newton.
2. Τα διαστήματα ορισμού των λύσεων.
3. Η εξίσωση των Lagrange-Jacobi.
4. Το θεώρημα ολικής κατάρρευσης του Sundman.

⁰ Αν υπάρχει διαθέσιμος χρόνος.

5. Το πρόβλημα των 3 σωμάτων.
6. Το περιορισμένο πρόβλημα των 3 σωμάτων.

B. Βιβλιογραφία

1. D.V. Anosov, A note on the Kepler problem, *J. Dynamical and Control Systems* 8 (2002), 413-442.
2. H.-J. Geiges, The geometry of Celestial Mechanics, LMS Student Texts Vol. 83, Cambridge University Press, 2016.
3. J. Milnor, On the geometry of the Kepler problem, *Amer. Math. Monthly* 90 (1983), 353-365.
4. H. Pollard, Celestial Mechanics, The Carus Mathematical Monographs Nr. 18, The Mathematical Association of America, 1976.

Γ. Διεξαγωγή του μαθήματος

Σύμφωνα με το ωρολόγιο πρόγραμμα του χειμερινού εξαμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2023-2024, το μάθημα θα διδάσκεται κάθε Τρίτη ώρα 11 π.μ - 1 μ.μ. και Πέμπτη, ώρα 11 π.μ. - 1 μ.μ., στην αίθουσα Α 212. Οι ώρες αυτές υπόκεινται σε ενδεχόμενες αλλαγές ανάλογα με τις ανάγκες διαμόρφωσης του ωρολογίου προγράμματος των μαθημάτων του TMEM.

Θα γίνει μια γραπτή τελική εξέταση.