

MEM 215 ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

A. Ύλη του μαθήματος

I. Μετρικοί χώροι

1. Βασικά παραδείγματα
2. Μπάλλες, ανοιχτά σύνολα, κλειστά σύνολα
3. Σύγκλιση ακολουθιών και συνεχείς απεικονίσεις
4. Πλήρεις μετρικοί χώροι. Το θεώρημα του Baire
5. Πλήρωση μετρικών χώρων
6. Το θεώρημα σταθερού σημείου του Banach και εφαρμογές

II. Χώροι Banach

1. Διανουσματικοί χώροι με νόρμα
2. Διανουσματικοί χώροι με νόρμα πεπερασμένης διάστασης
3. Τοπική συμπίεση και πεπερασμένη διάσταση
4. Φραγμένοι και συνεχείς γραμμικοί τελεστές
5. Ο τοπολογικός δυϊκός χώρος

III. Χώροι Hilbert

1. Βασικές ιδιότητες των χώρων Hilbert
2. Ορθογώνιο συμπλήρωμα και ορθογώνιο ευθύ άθροισμα
3. Ορθοκανονικά σύνολα και ακολουθίες. Διαχωρισιμότητα
4. Το θεώρημα αναπαράστασης του Riesz
5. Ο Hilbert-συζυγής ενός τελεστή
6. Αυτοσυζυγείς, μοναδιαίοι και κανονικοί τελεστές χώρων Hilbert

IV. Τα θεμελιώδη θεωρήματα χώρων με νόρμα

1. Το θεώρημα Hahn-Banach
2. Μία εφαρμογή στα στοιχεία του δυϊκού του $C[0, 1]$
3. Διαχωριστικά θεωρήματα
4. Συζυγείς τελεστές χώρων με νόρμα
5. Αυτοπαθείς χώροι Banach
6. Το θεώρημα του ομοιόμορφου φράγματος
7. Το θεώρημα της ανοιχτής απεικόνισης
8. Το θεώρημα του κλειστού γραφήματος
9. Ασθενής σύγκλιση

B. Βιβλιογραφία

1. Α. Γιαννόπουλος, Σημειώσεις Συναρτησιακής Ανάλυσης, Τμήμα Μαθηματικών, ΠΚ 2003.
2. E. Kreyszig. Introductory Functional Analysis. Wiley, 1989.
3. Σ. Νεγρεπόντης, Θ. Ζαχαριάδης, Ν. Καλαμίδας, Β. Φαρμάκη. Γενική Τοπολογία και Συναρτησιακή Ανάλυση. Εκδόσεις Συμμετρία, 1997.
4. G.F. Simmons. Introduction to Topology and Modern Analysis. Krieger Publishing Company, 2003.

Γ. Διεξαγωγή του μαθήματος

Σύμφωνα με το ωρολόγιο πρόγραμμα του εαρινού εξαμήνου 2021-22 του Τμήματος Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, το μάθημα θα διδάσκεται κάθε Τρίτη, ώρα 11 π.μ.-1 μ.μ. και Πέμπτη, ώρα 11 π.μ.-1 μ.μ. στην αίθουσα Α 208.

Θα γίνει μια γραπτή τελική εξέταση.