

Αριθμητική Ανάλυση

Φυλλάδιο Ασκήσεων 3

Παράδοση: 16/12/2021

1. Έστω $f(x) = (x - 3)^3$ για $x \in [1, 5]$. Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο του Newton με αρχική τιμή $x_0 = 4$ για να προσεγγίσετε την προφανή ρίζα $\xi = 3$. Δείξτε ότι η σύγκλιση είναι γραμμική.
2. Έστω $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^1$ με

$$(1) \quad f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1, & \text{αν } x_2 = 0 \\ x_2, & \text{αν } x_1 = 0 \\ 1, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Δείξτε ότι οι μερικές παράγωγοι $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x_1}$, $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x_2}$ υπάρχουν όμως η f δεν είναι Fréchet παραγωγίσιμη

3. Έστω $f(x) = x + x^{1+a}$, όπου $0 < a < 1$. Δείξτε ότι το σημείο $x_* = 0$ είναι σημείο έλξης της ακολουθίας της μεθόδου του Newton, αλλά ότι η σύγκλιση δεν είναι τετραγωνική.
4. Θέτουμε $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$. Δείξτε ότι η f είναι συστολή στο $[0, 1]$ όμως δεν έχει σταθερό σημείο στο $[0, 1]$.