Συμβολο Landau "O"

$O(h^p)$, p θετικός αριθμός ακέραιος.

ποσοτητα η οποια φθινει προς το 0 τοσο γρηγορα οπως το h^p, h μικρό

$z = O(h^p)$, αν υπάρχει C σταθερά θετική και $h_0 > 0$, τ.ω.

$$|z| \le C \cdot h^p \,, \quad \forall h \,, \quad 0 < h < h_0$$

$$e^h = 1 + h + \frac{1}{2}h^2 + \frac{1}{3!}h^3 + \dots + \frac{1}{n!}h^n + \dots$$

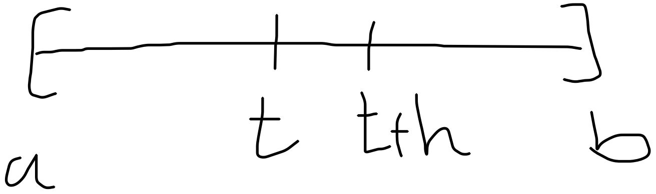
$$e^h = 1 + O(h)$$

$$e^h = 1 + h + O(h^2)$$

$$e^h = 1 + h + \frac{1}{2}h^2 + O(h^3)$$

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t \in [a,b] \\ y(a) = y_0 \end{cases}$$

$y(t), \; y'(t), \; y''(t), \; \ldots$ $\qquad h > 0$



$$y(t+h) = y(t) + h y'(t) + R_1(t) \quad : \text{Taylor}$$

$$R_1(t) = \frac{1}{2!} h^2 y''(\xi), \quad \xi \in [t, t+h]$$

y 2 φορές συνεχώς παραγωγίσιμη $[a,b]$

$$|y''(x)| \leq C \quad , \quad x \in [a,b]$$

$$R_1(t) = O(h^2)$$

$$y(t+h) = y(t) + h f(t, y(t)) + R_1(t)$$

$$t_0 = a < t_1 = a+h < \dots < t_N = a + N \cdot h \quad , \quad h = \frac{b-a}{N}$$

$$t_i = a + ih \quad , \quad i = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$y(t_i + h) = y(t_i) + h f(t_i, y(t_i)) + R_1(t_i) \quad , \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Μέθοδο Euler

$y_0, y_1, \ldots$

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i + h f(t_i, y_i), & i = 0, 1, 2, \ldots, N-1 \\ y_0 = y(a) \end{cases}$$

Ορισμός: Μια αριθμητική μέθοδο

να συγκλίνει στη λύση $y(t)$ του Π.Α.Τ στο $t=t^*$

αν το ολικό σφάλμα $e_n = y(t_n) - y_n$, $t_n = t^*$

ικανοποιεί $|e_n| \to 0$, καθώς $h \to 0$

Συγκλίνει με τάξη p αν $e_n = O(h^p)$

για $p > 0$.