Πεπλεγμένη Euler υπαρξη της λυσης

$$y_{n+1} = y_n + h f(t_{n+1}, y_{n+1})$$

Π.χ. $g_{t_{n+1}, y_n}(y) \equiv g(y) = y_n + h f(t_{n+1}, y)$

Σταθερό σημείο της g.

$$y^* = g(y^*)$$

Επαναληπτική ακολουθία. $x_0, x_1, \dots, x_k, \dots$

$$x_{k+1} = g(x_k) \quad , k = 0, 1, 2, \dots$$

$$x_k \to y^* \quad k \to \infty.$$

$$\left|\frac{d}{dx} g(x)\right| < 1, \text{ για } x \text{ κοντά στο } y^*.$$

$$\left|\frac{d}{dx} g(y^*)\right| < 1 \Rightarrow x_0, x_1, \ldots \text{ θα συγκλίνει στο } x_k \to y^*.$$

$$g(x) = y_n + h f(t_{n+1}, x)$$

$$\frac{d}{dx} g(x) = h f_y(t_{n+1}, x)$$

Για κατάλληλα μικρό h, θα έχουμε ότι $\left|\frac{d}{dx} g(x)\right| < 1$.

$$y^* = g(y^*) = y_n + hf(t_{n+1}, y^*)$$

Θέτουμε
$y_{n+1} = y^*$.

Στο n-βήμα της πεπλεγμένης Euler.

$$y_n \to y_{n+1}$$

x_0 προσέγγιση της $\underline{\underline{y_{n+1}}}$ (σταθερό σημείο της g)

i) $x_0 = y_n \approx y_{n+1}$

ii) $x_0 = y_n + hf(t_n, y_n) \approx y_{n+1}$, $x_1, x_2, \dots$

$$x_{k+1} = x_k + hf(t_{n+1}, x_k)$$