Φυλλάδιο - 1
Στοιχεία Μαθηματικής Προσομοίωσης

1. Κατηγοροποιήστε τις παρακάτω Δ.Ε. ως Σ.Δ.Ε. ή Μ.Δ.Ε., ως προς την τάξη, ποιές είναι οι ανεξάρτητες και εξαρτημένες μεταβλητές. Αν η εξίσωση είναι συνήθης δ.ε. δηλώστε αν είναι γραμμική ή μη–γραμμική.
   (α΄) $3\dfrac{d^2x}{dt^2}+4\dfrac{dx}{dt}+9x=2\cos(3t)$
   (β΄) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=0$
   (γ΄) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y(2-3x)}{x(1-3y)}$
   (δ΄) $\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}=0$
   (ε΄) $\dfrac{dx}{dt}=(4-x)(1-x)$
   (ϛ΄) $\sqrt{(1-y)}\dfrac{d^2y}{dx^2}+2x\dfrac{dy}{dx}=0$
   (ζ΄) $8\dfrac{d^4y}{dx^4}=x(1-x)$
   (η΄) $\dfrac{\partial N}{\partial t}=\dfrac{\partial^2N}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial N}{\partial r}+kN$, k σταθερά.
2. Δείξτε ότι η $\phi(x)=x^2-x^{-1}$ είναι άμεση λύση της $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{2}{x^2}=0$
3. Δείξτε ότι για κάθε επιλογή των σταθερών c_1 και c_2 η συνάρτηση $\phi(x)=c_1e^{-x}+c_2e^{2x}$ είναι άμεση λύση της $y''-y'-2y=0$.
4. Δείξτε ότι η σχέση $y^2-x^3+8=0$ ορίζει μια πεπλεγμένη λύση της $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{3x^2}{2y}$ στο διάστημα $(2,\infty)$.
5. Δείξτε ότι η $x+y+e^{xy}$ ορίζει μια πεπλεγμένη λύση της $(1+xe^{xy})\dfrac{dy}{dx}+1+ye^{xy}=0$.
6. Δείξτε ότι η $4x^2-y^2=C$, C τυχαία σταθερά, δίνει μια οικογένεια πεπλεγμένων λύσεων της $y\dfrac{dy}{dx}-4x=0$.
7. Δείξτε ότι η $\phi(x)=\sin(x)-\cos(x)$ είναι λύση του προβλήματος $\dfrac{d^2y}{dx^2}+y=0$, $y(0)=-1$, $\dfrac{dy}{dx}(0)=1$.
8. Βρείτε τις σταθερές c_1 και c_2 έτσι ώστε η $\phi(x)=c_1e^{-x}+c_2e^{2x}$ να είναι λύση του $\dfrac{d^2y}{dx^2}-\dfrac{dy}{dx}-2y=0$, $y(0)=2$, $\dfrac{dy}{dx}(0)=-3$.