

Φυλλάδιο - 10
Στοιχεία Μαθηματικής Προσομοίωσης

1. Βρείτε τη λύση της εξίσωσης του κύματος

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx}, & 0 \leq x \leq L, & t > 0, \\u(0, t) &= u(L, t) = 0, & t > 0 \\u(x, 0) &= f(x), \quad u_t(x, 0) = g(x), & 0 \leq x \leq L,\end{aligned}$$

όπου

(α') $L = 2$, $g(x) = 0$ και

$$f(x) = \begin{cases} Mx, & 0 \leq x \leq 1 \\ M(2-x), & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}, \quad M \text{ σταθερά}$$

(β') $L = 1$, $f(x) = 0$ και

$$g(x) = \begin{cases} 4Mx, & 0 \leq x \leq 1/4 \\ M, & 1/4 \leq x \leq 3/4 \\ M(2-x), & 3/4 \leq x \leq 1 \end{cases}, \quad M \text{ σταθερά}$$

2. Βρείτε τη λύση της εξίσωσης της θερμότητας

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx}, & 0 \leq x \leq \pi, & t > 0, \\u(0, t) &= u(\pi, t), \quad u_x(0, t) = u_x(\pi, t) & t > 0 \\u(x, 0) &= f(x), & 0 \leq x \leq L,\end{aligned}$$

όπου

(α') $f(x) = \cos(2\pi x)$

(β') $f(x) = \sin(2\pi x)$