

Φυλλάδιο - 8
Στοιχεία Μαθηματικής Προσομοίωσης

1. Βρείτε τη λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών, αν υπάρχει, βρίσκοντας πρώτα τη γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης.
(α') $y'' - 6y' + 5y = 0, 0 < x < 2, y(0) = 1, y(2) = 1.$
(β') $y'' + 4y = 0, 0 < x < \pi, y(0) = 0, y'(\pi) = 0.$
(γ') $y'' - 2y' + y = 0, -1 < x < 1, y(-1) = 0, y(1) = 2.$
2. Βρείτε τις τιμές λ για τις οποίες το δοσμένο πρόβλημα δεν έχει τετριμμένη λύση, και βρείτε τις αντίστοιχες μη τετριμμένες λύσεις.
(α') $y'' + \lambda y = 0, 0 < x < \pi, y(0) = 1, y'(\pi) = 0.$
(β') $y'' + \lambda y = 0, 0 < x < \pi, y'(0) = 0, y(\pi) = 0.$
(γ') $y'' + \lambda y = 0, 0 < x < 2\pi, y(0) = y(2\pi), y'(0) = y'(2\pi).$
3. Βρείτε τη λύση του προβλήματος αρχικών και συνοριακών τιμών της θερμότητας,

$$\begin{aligned}u_t(x, t) &= \beta u_{xx}(x, t), & 0 < x < L, t > 0, \\u(0, t) &= u(L, t) = 0, & t > 0, \\u(x, 0) &= f(x), & 0 < x < L.\end{aligned}$$

με $\beta = 3, L = \pi$ και αρχική συνάρτηση $f(x)$,

$$\begin{aligned}(\alpha') & f(x) = \sin(3x) + 5 \sin(7x) - 2 \sin(13x) \\(\beta') & f(x) = \sin(x) - 7 \sin(3x) + 5 \sin(5x)\end{aligned}$$