

Εναλλακτική Μορφή Διδασκαλίας των Συναρτήσεων στη Β΄ Γυμνασίου με Χρήση Νέων Τεχνολογιών

Δέσποινα Χριστοφόρου¹, Χρήστος Κουρουγιώτης¹, Ειρήνη Μπιζά², Έλενα Ναρδή²

¹Πανεπιστήμιο Κρήτης

²University of East Anglia

Περίληψη

Η παρούσα εργασία αποτελεί μέρος διδακτικής παρέμβασης που πραγματοποιήθηκε σε μία τάξη Β΄ Γυμνασίου χρησιμοποιώντας περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας (EuclIDraw) για τη διδασκαλία των συναρτήσεων. Η επίδραση της εφαρμογής στη μαθησιακή εμπειρία των μαθητών αξιολογήθηκε με διαγώνισμα μαθηματικού περιεχομένου και ερωτηματολόγιο στάσεων και αντιλήψεων και έδειξε, συγκριτικά με την προηγούμενη εικόνα των μαθητών στα μαθηματικά: αύξηση της συμμετοχής στο μάθημα, διαμόρφωση θετικότερης στάσης των μαθητών και βελτίωση των μαθηματικών επιδόσεων. Ενδιαφέρον είναι ότι η παρέμβαση κατάφερε να εμπλέξει σε δραστηριότητες μαθητές που μέχρι τότε εκφράζονταν σαφώς αρνητικά και δε συμμετείχαν στο μάθημα.

Λέξεις κλειδιά: Συναρτήσεις, δυναμικά ηλεκτρονικά περιβάλλοντα, στάσεις / αντιλήψεις

1. Εισαγωγή

Η έρευνα για τη διδασκαλία και μάθηση μαθηματικών εννοιών έχει επανειλημμένα εντοπίσει τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης (π.χ. Gagatsis & Shiakalli, 2004, Tall & Bakar, 1991, Sierpinska, 1992). Για το ξεπέρασμα των παραπάνω δυσκολιών οι ερευνητές συχνά προτείνουν τη χρήση νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία της συνάρτησης (π.χ. Abu-Naja, 2008, Ferrara, Pratt & Robutti, 2006, Lagrange, 2005, Τουμάσης & Αρβανίτης, 2008).

Στο παρόν άρθρο το οποίο βασίζεται στη διπλωματική μεταπτυχιακή εργασία της πρώτης συγγραφέως (Χριστοφόρου, 2009) παρουσιάζουμε τμήματα διδακτικής παρέμβασης που πραγματοποιήθηκε σε μία τάξη Β΄ Γυμνασίου χρησιμοποιώντας περιβάλλον Δυναμικής Γεωμετρίας για τη διδασκαλία των συναρτήσεων. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε εν συντομία τη σχετική βιβλιογραφία, το σχεδιασμό της παρέμβασης, στοιχεία από την εφαρμογή της και, τέλος, τα σημαντικότερα αποτελέσματα από την αξιολόγηση της επίδρασης που αυτή είχε στη μαθησιακή εμπειρία των μαθητών τόσο σε γνωστικό όσο και σε συναισθηματικό επίπεδο.

2. Σχετική βιβλιογραφία

Η κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης είναι ένα θέμα που συγκεντρώνει την προσοχή των εκπαιδευτικών αλλά και της ερευνητικής κοινότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης γενικότερα (Tall & Bakar, 1991, Sierpinska, 1992). Ένας σημαντικός παράγοντας παρεμπόδισης της κατανόησης της έννοιας της συνάρτησης είναι οι διαφορετικοί τρόποι που αυτή αναπαριστάται (Sierpinska, 1992). Υπάρχει ο αριθμητικός τρόπος αναπαράστασης μέσω του πίνακα τιμών, ο αναλυτικός μέσω του τύπου και ο γραφικός μέσω της γραφικής παράστασης. Οι μαθητές δυσκολεύονται να συσχετίσουν αυτές τις αναπαραστάσεις και να μεταβούν από τον ένα τρόπο αναπαράστασης στον άλλο (Gagatsis & Shiakalli, 2004). Επίσης, συναντούν δυσκολίες στη μετάφραση της γραφικής παράστασης και στο χειρισμό των συμβόλων που σχετίζονται με τη συνάρτηση όπως $f(x)$, $x \rightarrow y$, $\sin(x + t)$ (Sierpinska, 1992).

Η χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία της συνάρτησης προτείνεται από ερευνητές και παιδαγωγούς (Abu-Naja, 2008, Ferrara κ.ά., 2006, Lagrange, 2005, Τουμάσης & Αρβανίτης, 2008) ως βοηθητική για την ενεργοποίηση των μαθητών μέσω δραστηριοτήτων διερεύνησης. Σημαντική, επιπλέον, έχει αποδειχθεί η χρήση περιβαλλόντων Δυναμικής Γεωμετρίας, όπου οι μαθητές μεταβάλλουν τα δεδομένα, παρατηρούν τις αλλαγές που προκαλούνται και βγάζουν χρήσιμα συμπεράσματα (Ferrara κ.ά., 2006). Αντίστοιχη προσέγγιση προτείνεται στο Βιβλίο του Εκπαιδευτικού για τα Μαθηματικά της Β΄ Γυμνασίου (Βλάμος, Δρούτσας, Πρέσβης & Ρεκούμης, 2007, σελ. 33) και στις οδηγίες του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για τη διδασκαλία των μαθηματικών (Π.Ι., 2007) όπου η χρήση εκπαιδευτικών λογισμικών και η ενασχόληση με δραστηριότητες καθιστούν πιο ενεργητικό το ρόλο των μαθητών μέσα στην τάξη και διαφοροποιούν τη διδασκαλία από το παραδοσιακό διδακτικό μοντέλο (Π.Ι., 2007).

Έρευνες για τη χρήση των υπολογιστών στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών έδειξαν ότι κάτω από ορισμένες συνθήκες: 1) ο υπολογιστής, ως εργαλείο μέσα στην τάξη, βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα αφηρημένες μαθηματικές έννοιες προσφέροντας τη δυνατότητα οπτικοποίησης και συγκεκριμένης επεξεργασίας τους, 2) οι μαθητές που χρησιμοποιούν υπολογιστές διαμορφώνουν μια καλύτερη στάση απέναντι στα μαθηματικά, ενώ αυξάνεται η αυτοπεποίθησή τους για τις μαθηματικές τους ικανότητες, 3) η διδασκαλία που υποβοηθείται από υπολογιστή είναι πιο αποτελεσματική όσον αφορά στην άνοδο της επίδοσης ιδιαίτερα των αδύνατων και των πολύ καλών μαθητών, 4) η διδασκαλία με χρήση Η/Υ συμβάλλει στην ενεργοποίηση και παρακίνηση όλων των μαθητών και ιδιαίτερα αυτών που δείχνουν μια παθητική στάση απέναντι στα μαθηματικά (Ferrara κ.ά., 2006, McCoy, 1991, Kaput & Thompson, 1994).

Επιπλέον, πέρα από τη βελτίωση στο γνωστικό τομέα, οι νέες τεχνολογίες στην εκπαίδευση κάτω από ορισμένες συνθήκες μπορούν να δώσουν τη δυνατότητα: 1)

να αυξηθούν και να αλλάξουν οι τρόποι με τους οποίους οι μαθητές αλληλεπιδρούν και συνεργάζονται μεταξύ τους και με τους καθηγητές τους, 2) να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της αυτονομίας και την αύξηση του εύρους, του βάθους, της συνθετότητας και της πρωτοτυπίας της σκέψης και της παραγωγής τους, 3) να επιτρέψουν στους μαθητές να αναλάβουν μεγαλύτερη ευθύνη στη μάθηση μέσα σε διδακτικές αίθουσες περισσότερο μαθητοκεντρικές και μαθητοελεγχόμενες και 4) να επιτρέψουν στους μαθητές να συμμετέχουν σε περισσότερο διαφοροποιημένες διδακτικές δραστηριότητες, οι οποίες να ταιριάζουν στα ενδιαφέροντα, τις ανάγκες και τις δυνατότητές τους (Μπαραλός & Πολιτίδου, 2008).

Με βάση τα παραπάνω, στην παρούσα εργασία επιχειρείται η διερεύνηση των ακόλουθων ερωτημάτων:

1. Αν και κατά πόσο η χρήση λογισμικού Δυναμικής Γεωμετρίας στη διδασκαλία των συναρτήσεων σε μαθητές της Β΄ Γυμνασίου στο εργαστήριο Πληροφορικής, μπορεί να βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης.
2. Αν και κατά πόσο μια τέτοια σειρά μαθημάτων, σχεδιασμένη με ευαισθησία ως προς τις δυσκολίες και τις ανάγκες των μαθητών, συντελεί στην κινητοποίηση, ενεργοποίηση και καλύτερη επίδοση των μαθητών της τάξης και γενικότερα στην αλλαγή της στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά.

Η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε είναι η *Έρευνα Δράσης* (Action Research, Elliott, 1991) και αποτελείται από τέσσερα στάδια: σύλληψη του προβλήματος και σχεδιασμός, εφαρμογή και αξιολόγηση της διδακτικής παρέμβασης.

3. Σχεδιασμός της διδακτικής παρέμβασης

Η διδακτική παρέμβαση πραγματοποιήθηκε σε μια τάξη Β΄ Γυμνασίου με 15 μαθητές και 7 μαθήτριες από την πρώτη συγγραφέα που τη χρονιά εκείνη ήταν η καθηγήτρια μαθηματικών της τάξης, σε συνεργασία με την καθηγήτρια πληροφορικής του σχολείου. Στο τμήμα υπήρχαν λίγοι μαθητές με ευχέρεια στα μαθηματικά, οι περισσότεροι είχαν πολλές δυσκολίες και ήταν αδιάφοροι προς το μάθημα και υπήρχαν κάποιοι μαθητές που εκδήλωναν αρνητική στάση προς τα μαθηματικά.

Τα μαθήματα έλαβαν χώρα είτε στο εργαστήριο πληροφορικής είτε στην τάξη, ανάλογα με το περιεχόμενο του μαθήματος. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 15 μαθήματα (το κάθε μάθημα διαρκούσε όσο μια διδακτική ώρα). Τα 6 μαθήματα έγιναν στο εργαστήριο πληροφορικής και τα υπόλοιπα 9 στην τάξη. Στα μαθήματα χρησιμοποιήθηκαν Η/Υ (ένας υπολογιστής ανά δύο ή τρεις μαθητές), ο κεντρικός υπολογιστής που χειριζόταν άλλες φορές η καθηγήτρια μαθηματικών και άλλες φορές η καθηγήτρια πληροφορικής, ο προβολέας, τα φύλλα εργασίας και ο πίνακας.

Τα περιβάλλοντα για τη διδασκαλία της συνάρτησης βασίστηκαν στο διερευνητικό λογισμικό Δυναμικής Γεωμετρίας EucliDraw (έκδοση 2.2.7) το οποίο παρέχει και εργαλεία διαχείρισης συναρτήσεων που διευκολύνουν το σχεδιασμό και δυναμικό χειρισμό γραφικών παραστάσεων (<http://www.euclidraw.com/>).

Η διδακτική παρέμβαση αφορούσε στην έννοια της συνάρτησης. Πέρα από τους γνωστικούς στόχους που αναφέρονται στο Βιβλίο του Εκπαιδευτικού (Βλάμος κ.ά., 2007), με τις δραστηριότητες που δημιουργήσαμε με το EucliDraw, επιδιώξαμε οι μαθητές να ανακαλύψουν: 1) την αναγκαιότητα χρήσης των καρτεσιανών συντεταγμένων για τον ακριβή προσδιορισμό της θέσης ενός σημείου στο επίπεδο, 2) το πρόσημο των συντεταγμένων ενός σημείου ανάλογα με το τεταρτημόριο που βρίσκεται το σημείο, 3) τις διαφορές των γραφικών παραστάσεων συναρτήσεων με ίδιο τύπο αλλά διαφορετικό πεδίο ορισμού, 4) πότε ένα σημείο ανήκει ή όχι στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης και 5) το ρόλο του α για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $\psi = \alpha x$.

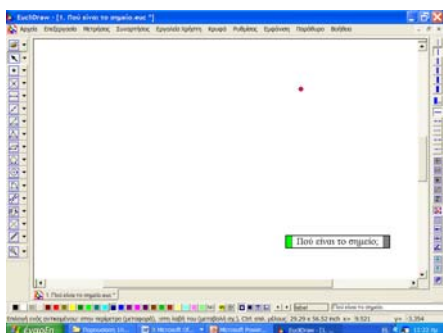
Επίσης, με αυτή την παρέμβαση επιδιώξαμε, σε συναισθηματικό επίπεδο: 1) να κάνουμε πιο ενεργό το ρόλο των μαθητών στην τάξη μέσω της συμμετοχής τους, 2) να προκαλέσουμε το ενδιαφέρον των μαθητών με δραστηριότητες που θα τους εντυπωσιάσουν, 3) να βοηθήσουμε μαθητές που έχουν αποστασιοποιηθεί από το μάθημα, για παράδειγμα λόγω κάποιων άσχημων εμπειριών με τα μαθηματικά, να τα απομυθοποιήσουν και να τους ενθαρρύνουμε να ασχοληθούν ξανά χωρίς το φόβο της αποτυχίας.

4. Εφαρμογή διδακτικής παρέμβασης

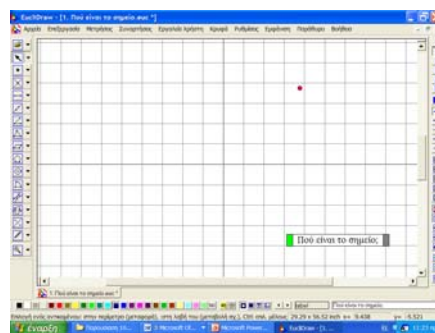
Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε πέντε δραστηριότητες που συνδέονται με τους γνωστικούς στόχους που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα.

4.1 Η αναγκαιότητα χρήσης των καρτεσιανών συντεταγμένων

Στη δραστηριότητα αυτή ζητήθηκε από τους μαθητές να παρατηρήσουν τη θέση του σημείου (Σχήμα 1) που έβλεπαν στην οθόνη του βιντεοπροβολέα και να τη περιγράψουν με λόγια χωρίς να δείξουν με το χέρι. Όταν δεν μπόρεσαν να το κάνουν με ακρίβεια, προσθέσαμε πλέγμα στο σχεδιαστικό φύλλο (Σχήμα 2). Τότε οι μαθητές απάντησαν ακριβέστερα με τη βοήθεια του πλέγματος. Στη συνέχεια, κουνήσαμε το σχεδιαστικό φύλλο με αποτέλεσμα η θέση του σημείου να αλλάξει. Έτσι, αναδείξαμε την αναγκαιότητα ενός σταθερού σημείου αναφοράς.



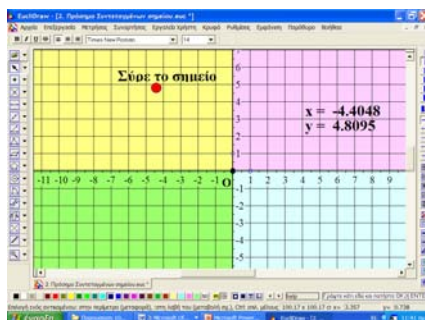
Σχήμα 1: Το σημείο στο σχ. φύλλο



Σχήμα 2: Η βοήθεια του πλέγματος

4.2 Το πρόσημο των συντεταγμένων του σημείου ανάλογα με το τεταρτημόριο

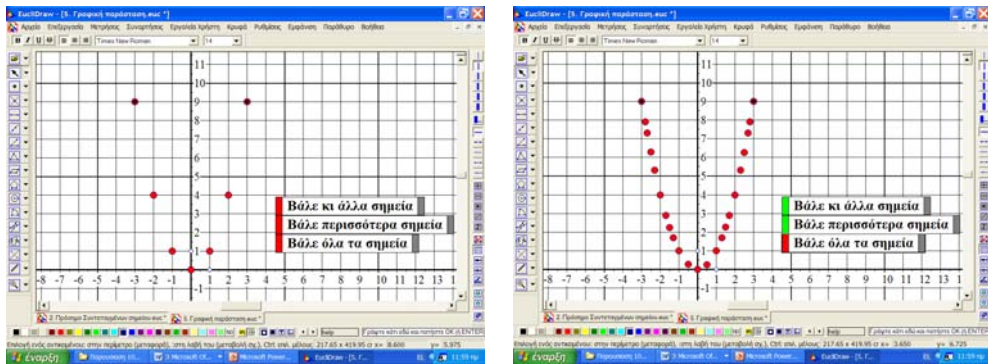
Στη δραστηριότητα αυτή ζητήθηκε από τους μαθητές να βρουν, στο αρχείο που είχαμε ήδη σχεδιάσει, το πρόσημο των συντεταγμένων του σημείου ανάλογα με το τεταρτημόριο στο οποίο ανήκε. Σε αυτή τη δραστηριότητα με το σύρσιμο του ποπτικού μεταβάλλεται η θέση του σημείου και βλέπεις στα δεξιά τις συντεταγμένες του και συνεπώς βλέπεις και το πρόσημό τους (Σχήμα 3).



Σχήμα 3: Το πρόσημο των συντεταγμένων του σημείου

4.3 Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων με ίδιο τύπο αλλά διαφορετικό πεδίο ορισμού

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές κλήθηκαν να παρατηρήσουν στην οθόνη του βιντεοπροβολέα τις διαφορές που υπάρχουν στις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων με ίδιο τύπο, αλλά διαφορετικό πεδίο ορισμού με το πάτημα των κόκκινων κουμπιών (Σχήμα 4). Με αυτή τη δραστηριότητα διδάχθηκε η σχεδίαση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τύπο $\psi = x^2$ και πεδίο ορισμού πρώτα τις ακέραιες τιμές και έπειτα όλο και περισσότερες τιμές του διαστήματος $[-3, 3]$.

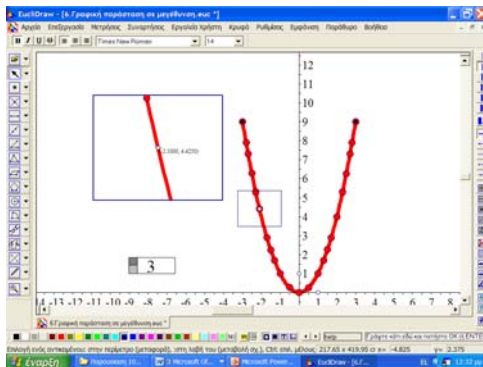


Σχήμα 4: Γραφήματα συναρτήσεων με ίδιο τύπο και διαφορετικό πεδίο ορισμού

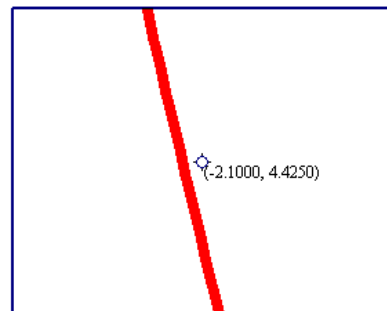
4.4 Σημείο σε γράφημα δοθείσας συνάρτησης

Στη δραστηριότητα αυτή αρχικά δόθηκε στους μαθητές η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = x^2$ και ένα σημείο μακριά από αυτήν ώστε να αποφανθούν αν το σημείο βρίσκεται πάνω στη γραφική παράσταση. Έπειτα τους προβάλαμε με τον βιντεοπροβολέα την εικόνα στο Σχήμα 5, ώστε να αποφανθούν για το ίδιο πράγμα.

Τότε οι μαθητές απάντησαν πως προφανώς το σημείο ανήκει στη γραφική παράσταση αφού το έβλεπαν. Τότε μεγεθύνουμε την εικόνα (Σχήμα 6), ώστε να δουν ότι μπορεί να φαίνεται ότι ανήκει, αλλά στην πραγματικότητα δεν ανήκει και συνεπώς δεν αρκεί πάντα να δούμε για να αποφανθούμε, αλλά πρέπει να το ελέγξουμε με τη βοήθεια του τύπου της συνάρτησης και των συντεταγμένων του σημείου.



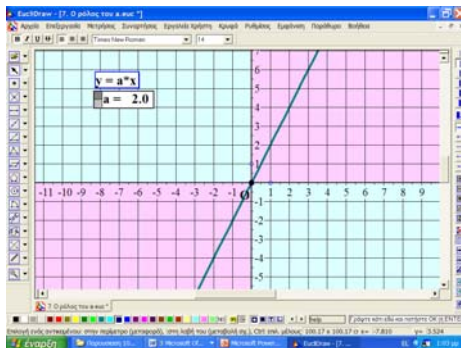
Σχήμα 5: Ανήκει το σημείο στη γρ. παράσταση;



Σχήμα 6: Σε μεγέθυνση

4.5 Ο ρόλος του a στη γραφική παράσταση της $\psi = ax$

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές άλλαζαν το a στη συνάρτηση με τύπο $\psi = ax$ με το πάτημα του ποντικιού και έβλεπαν την ευθεία να περιστρέφεται (Σχήμα 7). Έτσι, ανακάλυψαν το ρόλο του a στη γραφική παράσταση και τη μορφή που αυτή παίρνει όταν το a είναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν.



Σχήμα 7: Ο ρόλος του a

5. Αξιολόγηση της εφαρμογής

Η αξιολόγηση της επίδρασης που είχε η διδακτική παρέμβαση στη μαθησιακή εμπειρία των μαθητών έγινε σε δύο επίπεδα: γνωστικό και συναισθηματικό. Για το πρώτο χρησιμοποιήθηκε δίωρο διαγώνισμα μαθηματικού περιεχομένου το οποίο έλεγχε τις γνώσεις των μαθητών τις οποίες επιδιώξαμε να αποκτήσουν με την εφαρμογή. Για το δεύτερο χρησιμοποιήθηκε ανώνυμο ερωτηματολόγιο με ερωτήσεις ανοικτού και κλειστού τύπου που έλεγχε τη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά μετά την εφαρμογή.

5.1 Απαντήσεις των μαθητών στο διαγώνισμα

Θα αναφέρουμε ενδεικτικά κάποια αποτελέσματα από τις επιδόσεις των μαθητών στο διαγώνισμα αναφορικά με ερωτήσεις που σχετίζονταν με την εύρεση συντεταγμένων σημείων, σχεδίαση γραφικής παράστασης, τον ορισμό συνάρτησης, συμπλήρωση πίνακα τιμών συνάρτησης από τη γραφική παράσταση και σύνδεση ευθείας με τον τύπο της αντίστοιχης συνάρτησης και το πεδίο ορισμού της.

Οι μαθητές, με ποσοστό επιτυχίας πάνω από 70%, απάντησαν σωστά σε ερώτημα εύρεσης των συντεταγμένων δοθέντων σημείων και σε ερωτήματα συμπλήρωσης του πίνακα τιμών δοθείσης συνάρτησης. Παρουσιάστηκε δυσκολία στις απαντήσεις όταν κάποια από τις συντεταγμένες του σημείου ήταν μηδέν και στη συμπλήρωση του πίνακα τιμών όταν απαιτούνταν πράξεις μεταξύ ετερόσημων αριθμών. Επίσης, δυσκολία παρουσιάστηκε στη σχεδίαση γραφικής παράστασης δοθείσης συνάρτησης, όπου το ποσοστό επιτυχίας ήταν 20%, γιατί πολλοί μαθητές μπερδεύ-

τηκαν με σημεία που προϋπήρχαν στο σύστημα αξόνων από προηγούμενο ερώτημα της άσκησης.

Σε ερώτηση για το πώς αντιλαμβάνονται τη συνάρτηση, οι μαθητές απάντησαν ότι την αντιλαμβάνονται ως: αντιστοιχία (54%), μηχανή εισόδου-εξόδου (9%), γραφική παράσταση (5%), τύπο (5%) ή κάτι άλλο (5%). Τον παραλληλισμό της συνάρτησης με μηχανή εισόδου-εξόδου (κατά τους Tall, McGowen & DeMarois, 2000), που χρησιμοποίησαν μερικοί μαθητές τον είχαμε αναφέρει στη διδασκαλία και δύο, μάλιστα μαθητές έκαναν και αντίστοιχα σχήματα στο γραπτό τους. Το 22% των μαθητών δεν έδωσε κάποια απάντηση σε αυτό το ερώτημα. Ήταν εκείνοι οι μαθητές που ήταν ιδιαίτερα αδύνατοι στα μαθηματικά και μπόρεσαν να απαντήσουν μόνο σε λίγα ερωτήματα.

Οι μαθητές συμπλήρωσαν με άνεση τον πίνακα τιμών συνάρτησης με τη βοήθεια της γραφικής της παράστασης, αφού το ποσοστό επιτυχίας ήταν πάνω από 85%. Επιπλέον, το 41% των μαθητών απάντησε σωστά σε ερώτημα στο οποίο τους δόθηκε μια γραφική παράσταση ευθείας και τρεις τύποι συναρτήσεων και τους ζητήθηκε να επιλέξουν από ποιον από τους τύπους έχει προκύψει αυτή η γραφική παράσταση. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι, ενώ λίγοι μαθητές αιτιολόγησαν πλήρως την απάντησή τους, πολλοί ήταν εκείνοι που στην αιτιολόγησή τους αναφέρθηκαν στο συντελεστή του x και τα τεταρτημόρια από τα οποία πρέπει να διέρχεται η ευθεία. Υποθέτουμε ότι στην επιλογή αυτή έπαιξε σημαντικό ρόλο η δραστηριότητα που παρουσιάσαμε στην ενότητα 4.5, όπου αλλαγές στο συντελεστή του x στη συνάρτηση με τύπο $\psi = ax$ προκαλούσε περιστροφή της προβαλλόμενης ευθείας.

Το ένα τρίτο των μαθητών απάντησε σωστά ή απάντησε μερικώς σωστά σε ερώτημα όπου δίνονταν τρεις παράλληλες ευθείες και ο τύπος της μιας και οι μαθητές έπρεπε να βρουν τον τύπο των άλλων δύο ευθειών. Ιδιαίτερη δυσκολία αντιμετώπισαν οι μαθητές στην αιτιολόγηση των επιλογών τους ακόμα και όταν αυτές ήταν σωστές.

Τέλος, το 14% των μαθητών εντόπισε το λάθος στο πεδίο ορισμού σε δοθείσα γραφική παράσταση, όπου τους δόθηκε μια γραφική παράσταση μιας ευθείας, ο τύπος της συνάρτησης από τον οποίο υποτίθεται ότι είχε προκύψει το γράφημα και το υποτιθέμενο πεδίο ορισμού και τους ζητήθηκε να αποφανθούν αν είναι σωστό το δοθέν γράφημα. Το ερώτημα αυτό βέβαια ήταν ιδιαίτερα δύσκολο για μαθητές της Β' Γυμνασίου και ειδικά για τόσο αδύνατους μαθητές. Να σημειώσουμε ότι το σχολικό βιβλίο δεν κάνει αναφορά στο πεδίο ορισμού. Ωστόσο στα μαθήματά μας δώσαμε ιδιαίτερη έμφαση σε αυτό, αφού το πεδίο ορισμού έχει καθοριστικό ρόλο στον ορισμό της συνάρτησης και κατ' επέκταση στην εννοιολογική κατανόησή της.

Παρόλο που, όπως είδαμε και παραπάνω, υπήρχαν ερωτήματα που δυσκόλεψαν τους μαθητές, η επίδοση των μαθητών στο διαγώνισμα ήταν καλύτερη από αυτή σε

προηγούμενες αξιολογήσεις. Σημαντικότερη βελτίωση παρουσίασαν οι μέτριοι και αδύνατοι μαθητές. Μάλιστα ακόμα και αδύνατοι μαθητές, που συνήθως έδιναν ‘λευκή κόλλα’, απάντησαν σε κάποια ερωτήματα του διαγωνίσματος.

5.2 Απαντήσεις των μαθητών στο ερωτηματολόγιο

Στο ερωτηματολόγιο που συμπλήρωσαν οι μαθητές φάνηκε ότι τους άρεσαν πολύ αυτά τα μαθήματα (86%). Όλοι δήλωσαν ότι τα μαθήματα αυτά τους φάνηκαν ενδιαφέροντα ή πολύ ενδιαφέροντα και ότι τους άρεσε ή τους άρεσε πολύ να δουλεύουν σε ομάδα με τους συμμαθητές τους. Το 90% των μαθητών ισχυρίστηκε ότι βελτιώθηκε η συμμετοχή του στο μάθημα κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης. Ενδεικτικές απαντήσεις στην ερώτηση για το τι άρεσε περισσότερο στο μάθημα στους μαθητές ήταν ότι: «χρησιμοποιούσαμε τους υπολογιστές και έτσι το μάθημα έγινε πιο ενδιαφέρον», «συνεργαζόμασταν με τους συμμαθητές μου», «δεν ήταν δύσκολα και ήμασταν και σε ομάδες», «συμμετείχε όλη η τάξη στο μάθημα». Ενώ στην ερώτηση για το τι τους άρεσε λιγότερο στα μαθήματα αυτά, ενδεικτικά απάντησαν ότι: «κάναμε λίγες ώρες» και «δεν υπάρχει κάτι που να μην μου άρεσε». Τέλος, όταν ζητήθηκε από τους μαθητές να γράψουν αν έχουν κάποιο σχόλιο για τα μαθήματα αυτά, απάντησαν: «ελπίζω να το ξανακάνουμε», «θα μου άρεσε να συνεχίζαμε να κάνουμε μάθημα στο εργαστήριο», «όλα ήταν καλά και εύκολα», «τα μαθήματα αυτά ήταν καλύτερα από τα μαθήματα μέσα στην τάξη».

6. Συζήτηση – συμπεράσματα

Στο παρόν άρθρο παρουσιάσαμε αποτελέσματα από διδακτική παρέμβαση που έγινε σε μία τάξη Β΄ Γυμνασίου με χρήση περιβάλλοντος Δυναμικής Γεωμετρίας για τη διδασκαλία των συναρτήσεων. Συνολικά παρατηρήσαμε ότι, συγκριτικά με τη στάση που είχαν οι μαθητές πριν την εφαρμογή, η συμμετοχή τους στο μάθημα αυξήθηκε, έδειξαν να ενθουσιάζονται και να κατανοούν καλύτερα τη νέα γνώση. Η εργασία σε ομάδες βοήθησε όλους τους μαθητές, τους αδύνατους επειδή δέχονταν τη βοήθεια των άλλων και τους καλούς επειδή, προσπαθώντας να βοηθήσουν τους άλλους, εμπέδωναν καλύτερα τη νέα γνώση. Ενδιαφέρον είναι ότι η παρέμβαση κατάφερε να εμπλέξει σε δραστηριότητες μαθητές που μέχρι τότε εκφράζονταν σαφώς αρνητικά και δε συμμετείχαν στην τάξη των μαθηματικών. Το αποτέλεσμα ήταν όχι μόνο να βελτιωθούν, έστω και λίγο, οι επιδόσεις αδύνατων μαθητών αλλά να διαμορφωθεί μία θετικότερη στάση για τα μαθηματικά που μέχρι εκείνη τη στιγμή φαινόταν μη εφικτή. Αυτή η μεταστροφή συνάδει με αποτελέσματα που έχουν καταγραφεί στη βιβλιογραφία (Ferrara κ.ά., 2006, McCoy, 1991, Karut & Thompson, 1994, Μπαραλός & Πολιτίδου, 2008) και εγείρει την ανάγκη για πιο συστηματική μελέτη αντιστοίχων παρεμβάσεων στο ελληνικό εκπαιδευτικό πλαίσιο.

7. Βιβλιογραφία

- Abu-Naja, M. (2008). The effect of graphic calculators on Negev Arab pupils' learning of the concept of families of functions. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 183 – 202.
- Elliot, J. (1991). *Action research for educational change*. Buckingham, UK: Open University.
- EucliDraw. (2009). Retrieved 20 April 2009, from www.euclidraw.com.
- Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the teaching of Algebra and Calculus. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 237-273). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 24(5), 645 – 657.
- Kaput, J., & Thompson P. (1994). Technology in mathematics education research: The first 25 years in JRME. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 674 – 684.
- Lagrange, J.B. (2005). Curriculum, classroom practices, and tool design in the learning of functions through technology-aided experimental approaches. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10, 143 – 189.
- McCoy, L. (1991). The effect of geometry tool software on high school geometry achievement. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 10(3), 51 – 57.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function. Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25 – 58). United States: The Mathematical Association of America.
- Tall, D.O., & Bakar, M. (1991). Students' mental prototypes for functions and graphs. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of PME 15* (Vol. 1, pp. 104-111).
- Tall, D.O., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000). The Function Machine as a Cognitive Root for building a rich concept image of the Function Concept. In M. L. Fernandez (Ed.), *Proceedings of PME 22* (Vol. 1, pp. 247-254).
- Βλάμος, Π., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., & Ρεκούμης, Κ. (2007). *Βιβλίο Εκπαιδευτικού, Μαθηματικά Β' Γυμνασίου*. Αθήνα, Ελλάδα: ΟΕΒΔ.

- Μπαράλος, Γ., & Πολιτίδου, Ε. (2008). Οι στάσεις των μαθητών και μαθητριών της Α΄ Γυμνασίου για τη χρήση των υπολογιστών στη διδασκαλία των Μαθηματικών. *Πρακτικά 25^{ου} Συνεδρίου Ε.Μ.Ε.* (σσ. 739 – 752).
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2007). *Οδηγίες για τη διδακτέα ύλη και τη διδασκαλία των Μαθηματικών κατά το σχολικό έτος 2007 – 2008*. Αθήνα, Ελλάδα: ΟΕΒΔ.
- Τουμάσης, Μπ., & Αρβανίτης, Τ. (2008). *Διδασκαλία Μαθηματικών με χρήση Η/Υ*. Αθήνα, Ελλάδα: Σαββάλας.
- Χριστοφόρου, Δ. (2009). *Εναλλακτική μορφή διδασκαλίας των συναρτήσεων στη Β΄ Γυμνασίου με χρήση νέων τεχνολογιών*. Δημοσίευτη Μεταπτυχιακή Εργασία, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ηράκλειο, Ελλάδα.