

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΟΜΑΔΩΝ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 4

Άσκηση 4.1 Δείξτε ότι ένα σύμπλοκο K είναι συνεκτικό εάν και μόνον εάν ο 1-σκελετός του, K^1 , είναι συνεκτικός.

Άσκηση 4.2 Δείξτε ότι εάν s είναι ένα άπλοκο στο K , το πλήρες υποσύμπλοκο του K που αποτελείται από όλα τα μη κενά υποσύνολα του s είναι απλά συνεκτικό.

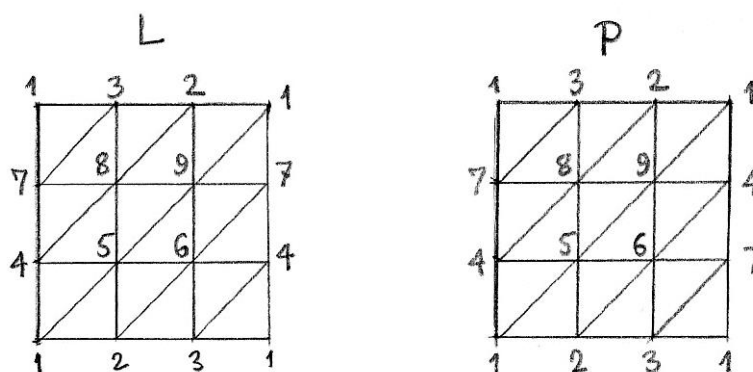
Άσκηση 4.3 Δείξτε ότι εάν $i : K^2 \hookrightarrow K$ είναι ο έγκλεισμός του 2-σκελετού στο σύμπλοκο K , τότε ο επαγόμενος ομομορφισμός $i_* : \pi(K^2, w) \rightarrow \pi(K, w)$ είναι ισομορφισμός.

Άσκηση 4.4 Δείξτε ότι εάν T είναι πεπερασμένο δέντρο, v ο αριθμός των κορυφών του T , και e ο αριθμός των 1-απλόκων στο T , τότε $v - e = 1$.

Άσκηση 4.5 Δείξτε ότι ένα σύμπλοκο διάστασης 1 είναι απλά συνεκτικό εάν και μόνον εάν είναι ένα δέντρο.

Άσκηση 4.6 Θεωρήστε σύμπλοκο K διάστασης 1, w κορυφή του K , T δέντρο στο K και $\{u, v\}$ 1-άπλοκο του K που δεν περιέχεται στο T . Δείξτε ότι εάν υπάρχουν διαδρομές $\alpha', \alpha'', \beta', \beta''$ στο T τέτοιες ώστε $\alpha = \alpha'(u, v)\alpha''$ και $\beta = \beta'(u, v)\beta''$ είναι κλειστές διαδρομές στο K με αρχή και τέρμα στο w , τότε $\alpha \sim \beta$.

Άσκηση 4.7 Θεωρήστε τα σύμπλοκα L και P , διάστασης 2, με 9 κορυφές, 27 1-άπλοκα και 18 2-άπλοκα, συνδεδεμένα όπως στο σχήμα. Εφαρμόστε το Θεώρημα Tietze για να βρείτε μία παράσταση των ομάδων $\pi(L, 1)$ και $\pi(P, 1)$.



Σχήμα 1: Τα σύμπλοκα L και P .