

MEM 234 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

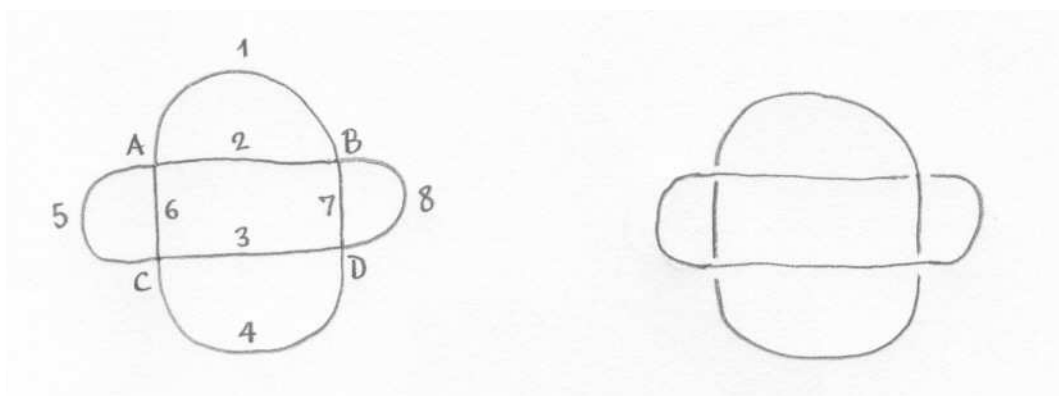
Φυλλάδιο Προβλημάτων 3

Διαγράμματα κόμβων και συνδέσμων

Άσκηση 3.1 Draw the eight different diagrams on a valence 4 graph with three vertices. Find which represent the unknot and which represent a trefoil knot.

Σχεδιάστε τα οκτώ διαφορετικά διαγράμματα σε ένα τετρασθενές γράφημα με τρεις κορυφές. Βρείτε ποιά παριστάνουν τον μη κόμβο και ποιά παριστάνουν το τριφύλι.

Άσκηση 3.2 Change one of the crossings in diagram 1, and find the overpasses, the arcs and the components on the new diagram.



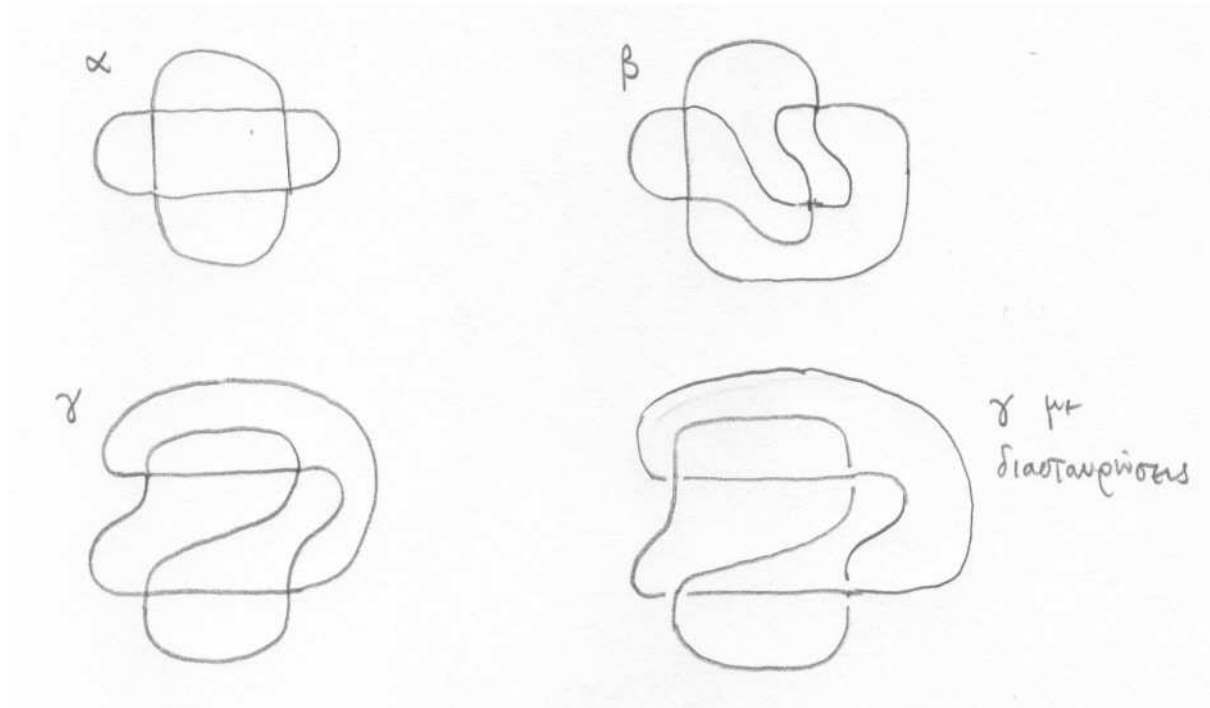
Σχήμα 1: Από το γράφημα στο διάγραμμα συνδέσμου.

Αλλάξτε μία από τις διασταυρώσεις στο διάγραμμα 1, και βρείτε τα πάνω περάσματα, τα τόξα και τις συνιστώσες στο νέο διάγραμμα.

Άσκηση 3.3 In Figure 2 we have three different graphs with 4 vertices. By choosing different over- and underpasses at each crossing we obtain different link or knot diagrams. For example, graph γ' with the choice of crossings on the diagram δ' gives the figure eight knot.

1. Try different choices of over- and underpasses, and decide which knot or link is represented.
2. How many components do the diagrams have? Can you prove that the number of components is determined by the graph and not by the choice of crossings?

3. Can you construct a graph with 4 vertices and three components?



Σχήμα 2: Άσκηση 3.3.

Στο Σχήμα 2 έχουμε τρία διαφορετικά γραφήματα με 4 κορυφές. Διαλέγοντας διαφορετικά πάνω και κάτω περάσματα σε κάθε διασταύρωση βρίσκουμε διαφορετικά διαγράμματα κόμβων ή συνδέσμων. Για παράδειγμα, το γράφημα γ' με τις διασταυρώσεις στο διάγραμμα δ' δίνει το οκτάρι.

1. Δοκιμάστε διαφορετικές επιλογές πάνω και κάτωπερασμάτων, και αποφασίστε ποιός κόμβος ή σύνδεσμος αναπαρίσταται σε κάθε περίπτωση.
2. Πόσες συνιστώσες έχουν τα διαγράμματα; Μπορείτε να δείξετε ότι ο αριθμός των συνιστωσών εξαρτάται από το γράφημα και όχι από την επιλογή των διασταυρώσεων;
3. Μπορείτε να κατασκευάσετε γράφημα με 4 κορυφές και τρεις συνιστώσες;

Άσκηση 3.4 Choose an orientation on the diagrams you drew for Problem 3.3 and calculate the writhe (περιέλιξη, Verwringung, entortellament) and for diagrams with more than one components, the linking number.

Επιλέξτε έναν προσανατολισμό σταδιαγράμματα που σχεδιάσατε για την Άσκηση 3.3 και υπολογίστε την περιέλιξη (writhe), και για διαγράμματα με περισσότερες από μία συνιστώσες, τον αριθμό σύνδεσης.