

MEM 234 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

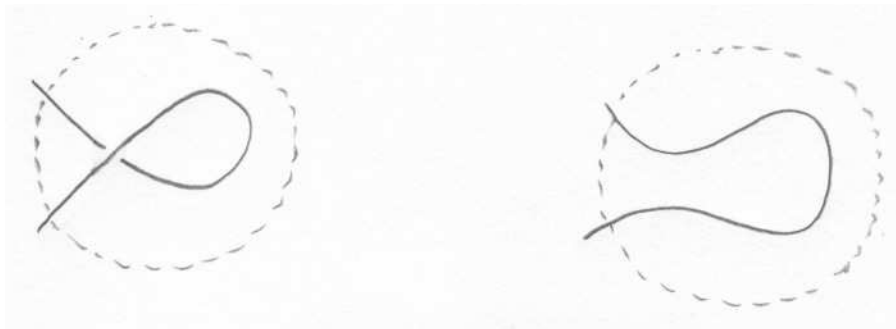
Φυλλάδιο Προβλημάτων 4

Κινήσεις Reidemeister. Αναλλοίωτες κόμβων και συνδέσμων

Άσκηση 4.1 Show that the three moves **R1'** in Figure 1, **R3'** in Figure 2 and **R3''** in Figure 3, which are different from $R1$ και $R3$, can be expressed as a composition of moves $R1$, $R2$ and $R3$.

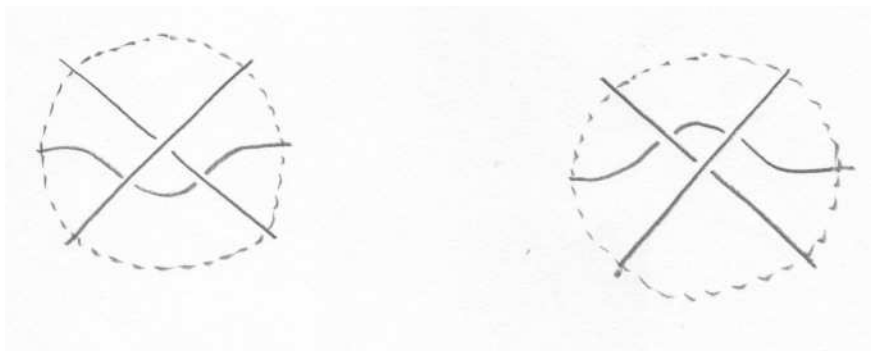
Δείξτε ότι οι τρεις κινήσεις **R1'** στο Σχήμα 1, **R3'** στο Σχήμα 2 και **R3''** στο Σχήμα 3, οι οποίες είναι διαφορετικές από τις $R1$ και $R3$, μπορούν να εκφραστούν ως σύνθεση κινήσεων $R1$, $R2$ και $R3$.

R1'



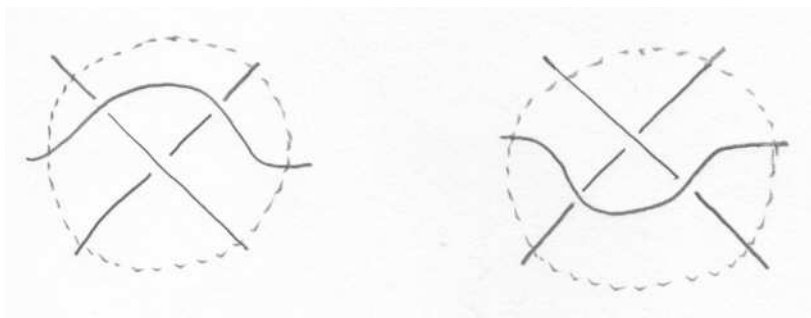
Σχήμα 1: Κίνηση **R1'**.

R3'



Σχήμα 2: Κίνηση **R3'**.

R3''



Σχήμα 3: Κίνηση **R3''**.

Άσκηση 4.2 Find a sequence of Reidemeister moves which transform the diagram on Figure 4 into the usual diagram of the trefoil knot.

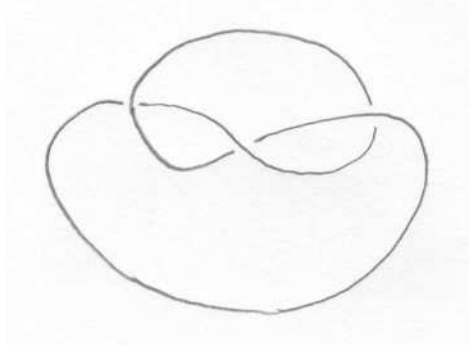
Βρείτε μία ακολουθία κινήσεων Reidemeister που μετατρέπει το διάγραμμα στο Σχήμα 4 στο συνηθισμένο διάγραμμα του τριφυλλιού.

Άσκηση 4.3 Show that the figure eight knot is not tricolourable. (Choose a crossing and assume that 3 different colours meet there. Show that the rules of tricolourability are violated at a different crossing. Repeat for the four crossings.)

Δείξτε ότι το οχτάρι δεν είναι τριχρωματικό. (Διαλέξτε κάποια διασταύρωση και υποθέστε ότι συναντώνται τρία χρώματα. Δείξτε ότι παραβιάζεται η τριχρωματικότητα σε κάποια άλλη διασταύρωση. Επαναλάβετε για τις τέσσερις διασταυρώσεις.)

Άσκηση 4.4 Examine the 2 knots with 5 crossings for tricolourability.

Ελεγξτε εάν οι δύο κόμβοι με 5 διασταυρώσεις είναι τριχρωματικοί.



Σχήμα 4: Άλλο διάγραμμα για το τριφύλλι. A different diagram for the trefoil knot.

Άσκηση 4.5 To transform a diagram to its reflection, change every overpass to an underpas.

Draw the figure eight knot and its reflection. Show that the figure eight knot is isotopic to its reflection. (First try it with a piece of string, and then try to describe it using Reidemeister moves.)

Can you do it without using move **R1**?

Για να μετατρέψετε ένα διάγραμμα στον αντικατοπτρισμό του, αλλάζετε κάθε πάνω πέρασμα σε κάτω πέρασμα.

Σχεδιάστε το οχτάρι και τον αντικατοπτρισμό του. Δείξτε ότι το οχτάρι είναι ισοτοπικό με τον αντικατοπτρισμό του. (Υπόδειξη: Κάντε το πρώτα με ένα κομμάτι σκοινί, και μετά δοκιμάστε να το περιγράψετε με κινήσεις Reidemeister.)

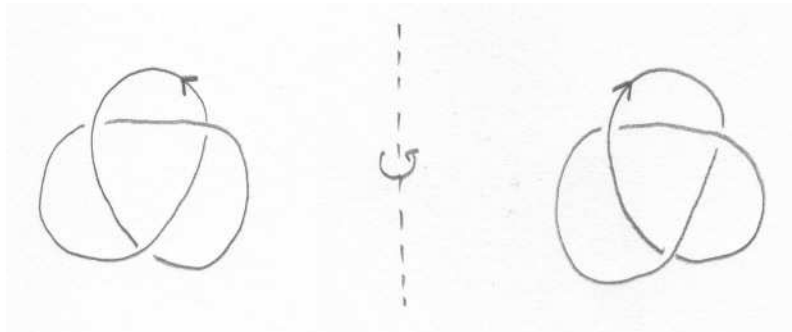
Μπορείτε να το κάνετε χωρίς να χρησιμοποιήσετε την κίνηση **R1**;

Άσκηση 4.6 Find the Reidemeister moves that take the Hopf link to its reflection.

Βρείτε τις κινήσεις Reidemeister που παίρνουν το σύνδεσμο Hopf στον αντικατοπτρισμό του.

Άσκηση 4.7 An oriented trefoil knot is isotopic to its reverse, as can be seen in Figure 5. Find the Reidemeister moves that give the isotopy between T and rT .

Το προσανατολισμένο τριφύλλι είναι ισοτοπικό με το αντίθετό του, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5. Βρείτε τις κινήσεις Reidemeister που δίδουν την ισοτοπία μεταξύ T και rT .



Σχήμα 5: Το προσανατολισμένο τριφύλλι είναι ισοτοπικό με το αντίθετό του. The oriented trefoil is isotopic to its reverse.