ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Μαθηματικών και
Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Διδάσκων: Χρήστος Κουρουνιώτης

ΜΕΜ 234 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 5

Πολυώνυμα κόμβων.

Άσκηση 5.1 Show that the reflection of the trefoil, $\overline{T}$, has bracket polynomial

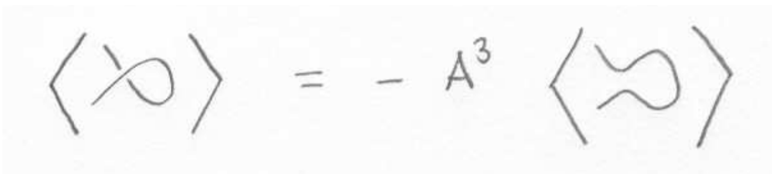
$$\langle \overline{T} \rangle = A^{-7} - A^{-3} - A^{5} \,.$$

Δείξτε οτι ο αντικατοπτρισμός του τριφυλλιού, $\overline{T}$, έχει πολυώνυμο bracket

$$\langle \overline{T} \rangle = A^{-7} - A^{-3} - A^{5} \,.$$

Άσκηση 5.2 Show that move $\mathbf{R1}'$, changes the bracket polynomial by a factor $-A^{-3}$, as in Figure 1

Δείξτε οτι η κίνηση $\mathbf{R1}'$, αλλάζει το πολυώνυμο bracket κατά ένα παράγοντα $-A^{-3}$, δηλαδή όπως στο Σχήμα 1



Σχήμα 1: Η μεταβολή στο πολυώνυμο $\langle D \rangle$ από κινήσεις $\mathbf{R1}'$.

Άσκηση 5.3 If H is the Hopf link, T is the trefoil and E the figure eight knot, show that

$$\langle E \rangle = A\langle T \rangle - A^{-4}\langle H \rangle \,.$$

Εάν H είναι ο σύνδεσμος Hopf, T το τριφύλλι και E το οχτάρι, δείξτε οτι

$$\langle E \rangle = A\langle T \rangle - A^{-4}\langle H \rangle \,.$$

Άσκηση 5.4 Compute the bracket polynomial of the figure eight knot E and of its reflection $\overline{E}$.
Comparewith the last question of Problem 4.5.

Υπολογίστε το πολυώνυμο bracket του οχταριού E και του αντικατοπτρισμού του, $\overline{E}$. Συγκρίνετε με την τελευταία ερώτηση της Άσκησης 4.5.

Άσκηση 5.5 Compute the Kauffman polynomial of the figure eight knot.

Υπολογίστε το πολυώνυμο Kauffman για το οχτάρι.

Άσκηση 5.6 Compute the Kauffman polynomial of the Borromean link

Υπολογίστε το πολυώνυμο Kauffman για το σύνδεσμο Borromeo.

Άσκηση 5.7 Compute the Kauffman polynomial of the two simple knots with 5 crossings.

Υπολογίστε το πολυώνυμο Kauffman για τους δύο απλούς κόμβους με 5 διασταυρώσεις.

Άσκηση 5.8 Show that if K is an oriented knot, and rK is the knot with the reverse orientation, then $f[K] = f[rK]$.

Δείξτε οτι εάν K είναι προσανατολισμένος κόμβος, και rK είναι ο κόμβος με τον αντιθετο προσανατολισμό, τότε $f[K] = f[rK]$.

Άσκηση 5.9 Show that if we consider the oriented diagrams that differ only at one crossing, the Jones polynomial satisfies the following relation:

$$t^{-1}V_+(t) - tV_-(t) = (t^{1/2} - t^{-1/2})V_0(t)\,.$$

Δείξτε οτι εάν θεωρήσουμε τα προσανατολισμένα διαγράμματα που διαφέρουν σε μία μόνο διασταύρωση, το πολυώνυμο Jones ικανοποιεί τη σχέση:

$$t^{-1}V_+(t) - tV_-(t) = (t^{1/2} - t^{-1/2})V_0(t)\,.$$