

MEM 233 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Φυλλάδιο Προβλημάτων 12

Άσκηση 12.1 Βρείτε την υπερβολική απόσταση που αντιστοιχεί σε γωνία παραλληλισμού $\pi/6$. (Υπολογιστικά φύλλα, όπως το Libre Office ή το Excel υπολογίζουν τις υπερβολικές τριγωνομετρικές συναρτήσεις και τις αντίστροφές τους, π.χ. COSH, ACOSH.)

Άσκηση 12.2 Βρείτε τα μήκη των πλευρών ενός υπερβολικού τριγώνου με γωνίες $\pi/2$, $\pi/4$ και $\pi/6$.

Άσκηση 12.3 Δείξτε ότι ένα ισοσκελές υπερβολικό τρίγωνο (δηλαδή τέτοιο ώστε $d(A, B) = d(A, C)$) έχει τις γωνίες της βάσης ίσες.

Άσκηση 12.4 Για κάθε $\vartheta \in [0, \pi/3)$ κατασκευάστε ένα ισόπλευρο υπερβολικό τρίγωνο με γωνίες ϑ . (Βρείτε τις κορυφές ενός τέτοιου τριγώνου που βρίσκονται πάνω σε τρεις ευθείες που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνίες $\pi/3$).

Βρείτε το μήκος της πλευράς του τριγώνου συναρτήσει της γωνίας ϑ .

Βρείτε την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου συναρτήσει της γωνίας ϑ .

Άσκηση 12.5 Βρείτε την ακτίνα του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμμένου κύκλου σε ένα κανονικό ορθογώνιο εξάγωνο. (Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την Άσκηση 12.2.)

Άσκηση 12.6 Θεωρήστε υπερβολικό τετράπλευρο $ABCD$ με τρεις ορθές γωνίες στις κορυφές A, B, C και $d(A, B) = d(B, C) = t$. Δείξτε ότι $d(A, D) = d(C, D)$. Βρείτε τη σχέση μεταξύ του μήκους t και της γωνίας $\delta = \angle ADC$. Υπολογίστε το μήκος $d(A, D)$ συναρτήσει του t .