

MEM 233 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 3

Άσκηση 3.1 Τα σημεία P , Q , R και S βρίσκονται σε μία ευθεία, με αυτή τη διάταξη. Οι αποστάσεις μεταξύ τους είναι 4, 2 και 3, αντίστοιχα. Υπολογίστε τους λόγους $\frac{(PR)}{(RS)}$ και $\frac{(PS)}{(SQ)}$.

Απάντηση - Υπόδειξη.

$$\frac{(PS)}{(SQ)} = -\frac{9}{5}.$$

Άσκηση 3.2 Θεωρούμε τρίγωνο ABC και σημείο X στο εσωτερικό του τριγώνου. Οι AX , BX και CX τέμνουν τις απέναντι πλευρές στα σημεία P , Q και R αντίστοιχα. Σχεδιάστε το τρίγωνο ABC και τα σημεία X , P , Q , R . Εάν $AR = 1$, $RB = 2$, $BP = 3$, $CQ = 2$ και $QA = 2$, υπολογίστε το μήκος του PC .

Άσκηση 3.3 Θεωρούμε τρίγωνο ABC και σημείο X τέτοιο ώστε η BX τέμνει την AC σε σημείο Q στο εσωτερικό του διαστήματος AC και του διαστήματος BX . Οι AX και CX τέμνουν τις προεκτάσεις των απέναντι πλευρών στα σημεία P και R αντίστοιχα. Δηλαδή το X βρίσκεται στο χωρίο που ορίζεται από μία πλευρά και τις προεκτάσεις δύο άλλων πλευρών. Σχεδιάστε το τρίγωνο ABC και τα σημεία X , P , Q , R . Εάν $AR = 1$, $AB = 3$, $PC = 1$, $CQ = 2$ και $QA = 2$, υπολογίστε το μήκος του BC .

Άσκηση 3.4 Θεωρούμε τρίγωνο ABC και σημείο X τέτοιο ώστε η AX τέμνει την BC σε σημείο P στο εσωτερικό του διαστήματος BC . Οι BX και CX τέμνουν τις προεκτάσεις των απέναντι πλευρών στα σημεία Q και R αντίστοιχα. Δηλαδή το X βρίσκεται στο εσωτερικό της κατά κορυφή γωνίας μεταξύ των προεκτάσεων δύο πλευρών. Σχεδιάστε το τρίγωνο ABC και τα σημεία X , P , Q , R . Εάν $\frac{(BP)}{(PC)} = \frac{5}{7}$ και $\frac{(CQ)}{(QA)} = -7$, υπολογίστε το λόγο $\frac{(AR)}{(RB)}$.

Άσκηση 3.5 Οι κορυφές του τριγώνου ABC είναι $A : (-1, 1)$, $B : (2, -1)$ και $C : (3, 2)$. Τα σημεία $P : (\frac{8}{3}, 1)$, $Q : (2, \frac{7}{4})$ και $R(\frac{4}{5}, -\frac{1}{5})$ βρίσκονται στις πλευρές BC , CA και AB αντίστοιχα.

α'. Βρείτε τους λόγους στους οποίους τα P , Q και R διαιρούν τις πλευρές του τριγώνου.

β'. Ελέγξτε εάν οι ευθείες AP , BQ και CR περνούν από το ίδιο σημείο.

Άσκηση 3.6 Θεωρούμε τρίγωνο ABC και ευθεία ε η οποία τέμνει τις πλευρές AB , AC στα σημεία R και Q αντίστοιχα, και την προέκταση της πλευράς BC στο σημείο P .

Σχεδιάστε το τρίγωνο ABC και την ευθεία ε .

Υπολογίστε το μήκος του PC , εάν $AR = 1$, $RB = 2$, $BC = 2$, $CQ = 1$ και $QA = 1$.

Άσκηση 3.7 Η ευθεία ε τέμνει τις πλευρές AB , BC και CA του τριγώνου ABC στα σημεία R , P και Q αντίστοιχα. Δίδονται οι λόγοι $(BC) : (CP) = 3 : 2$ και $(CQ) : (QA) = 1 : 3$ αντίστοιχα. Υπολογίστε το λόγο $(AR) : (RB)$.

Απάντηση - Υπόδειξη.

$$(AR) : (RB) = -2.$$

Άσκηση 3.8 Οι κορυφές του τριγώνου ABC είναι $A : (2, 4)$, $B : (-2, 0)$ και $C : (1, 0)$. Τα σημεία $P : (\frac{5}{2}, 0)$, $Q : (\frac{3}{2}, 2)$ και $R : (1, 3)$ βρίσκονται στις πλευρές BC , CA και AB αντίστοιχα.

α'. Βρείτε τους λόγους στους οποίους τα P , Q και R διαιρούν τις πλευρές του τριγώνου.

β'. Ελέγξτε εάν τα σημεία P , Q και R βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Άσκηση 3.9 Θεωρούμε τρίγωνο ABC και σημείο X στο εσωτερικό του τριγώνου. Οι AX , BX και CX τέμνουν τις απέναντι πλευρές στα σημεία P , Q και R αντίστοιχα. Η ευθεία RQ τέμνει την προέκταση της BC στο σημείο T . Εάν $\frac{(BP)}{(PC)} = k$, υπολογίστε το $\frac{(BT)}{(TC)}$ συναρτήσει του k .

Απάντηση - Υπόδειξη.

$$\frac{(BT)}{(TC)} = -k.$$