

MEM 233 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Φυλλάδιο Προβλημάτων 5

Άσκηση 5.1 Ποιές από τις ακόλουθες ομογενείς συντεταγμένες παριστάνουν το ίδιο σημείο στο $\mathbb{RP}^2$ με τις $[1, 2, 3]$;

$$\alpha') [2, 4, 6] \quad \beta') [1, 2, -3] \quad \gamma') [-1, -2, -3] \quad \delta') [11, 12, 13].$$

Άσκηση 5.2 Για τα σημεία με τις ακόλουθες ομογενείς συντεταγμένες βρείτε ακέραιες ομογενείς συντεταγμένες που παριστάνουν το ίδιο σημείο στο $\mathbb{RP}^2$.

$$\alpha') \left[\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6} \right] \quad \beta') \left[\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3} \right] \quad \gamma') \left[\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, 0 \right].$$

Για τα ίδια σημεία βρείτε ομογενείς συντεταγμένες με μία από τις συντεταγμένες ίση με 1.

Άσκηση 5.3 Βρείτε την εξίσωση της προβολικής ευθείας που περνάει από τα προβολικά σημεία

$$\alpha') [0, 1, 0] \text{ και } [0, 0, 1] \quad \beta') [2, 2, 3] \text{ και } [3, 3, 7].$$

Άσκηση 5.4 Βρείτε την εξίσωση της προβολικής ευθείας που περνάει από τα προβολικά σημεία

$$\alpha') [2, 5, 4] \text{ και } [3, 1, 7] \quad \beta') [-2, -4, 5] \text{ και } [3, -2, -4].$$

Άσκηση 5.5 Ελέγξτε εάν οι ακόλουθες τριάδες προβολικών σημείων βρίσκονται στην ίδια προβολική ευθεία

$$\alpha'. [1, 2, 3], [1, 1, -2] \text{ και } [2, 1, -9],$$

$$\beta'. [1, 2, -1], [2, 1, 0] \text{ και } [0, -1, 3].$$

Άσκηση 5.6 Επαληθεύστε ότι από τα σημεία του τριγώνου αναφοράς $[1, 0, 0]$, $[0, 1, 0]$ και $[0, 0, 1]$, και το μοναδιαίο σημείο $[1, 1, 1]$ δεν υπάρχουν τρία που να βρίσκονται στην ίδια προβολική ευθεία.

Άσκηση 5.7 Βρείτε το σημείο τομής των ακόλουθων προβολικών ευθειών

α'. $x - y - z = 0$ και $x + 5y + 2z = 0$,

β'. $x + 2y - z = 0$ και $2x + y - 4z = 0$,

γ'. η προβολική ευθεία που περνάει από τα σημεία $[8, -1, 2]$ και $[1, -2, -1]$, και η προβολική ευθεία που περνάει από τα σημεία $[0, 1, -1]$ και $[2, 3, 1]$.

Άσκηση 5.8 Ποιό σημείο του επιπέδου εμφύτευσης $\pi : y = -1$ αντιστοιχεί στο προβολικό σημείο με ομογενείς συντεταγμένες $[2, 4, 6]$; Περιγράψτε το ιδεατό σημείο του π που αντιστοιχεί στο προβολικό σημείο $[2, 0, 1]$. Βρείτε άλλο ένα προβολικό σημείο που αντιστοιχεί σε ιδεατό σημείο του π .