

## MEM 233 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Φυλλάδιο Προβλημάτων 7

**Άσκηση 7.1** Δώστε την ευκλείδεια ερμηνεία του Θεωρήματος Desargues σε ένα επίπεδο εμφύτευσης στο οποίο το  $Q$  είναι ιδεατό σημείο.

**Άσκηση 7.2** Θεωρήστε τρίγωνο  $ABC$  στο  $\mathbb{R}^2$ , και σημείο  $U \in \mathbb{R}^2$  που δεν είναι συγγραμμικό με δύο από τα σημεία  $A, B, C$ . Οι ευθείες  $AU, BU, CU$  τέμνουν τις ευθείες  $BC, CA, BA$  στα σημεία  $P, Q, R$  αντίστοιχα. Δείξτε ότι τα σημεία  $P, Q, R$  δεν μπορεί να είναι συγγραμμικά.

**Άσκηση 7.3** Υπολογίστε το διπλό λόγο  $(ABCD)$  για τις ακόλουθες τετράδες συγγραμμικών προβολικών σημείων:

α'.  $A = [1, -1, -1], B = [1, 3, -2], C = [3, 5, -5]$  και  $D = [1, -5, 0]$ ,

β'.  $A = [1, 2, 3], B = [2, 2, 4], C = [-3, -5, -8]$  και  $D = [3, -3, 0]$ .

Υπολογίστε από τον ορισμό και τους διπλούς λόγους  $(BACD), (ACBD)$  για τα σημεία στο (α').

**Άσκηση 7.4** Χρησιμοποιήστε το Θεώρημα Μετάθεσης για να βρείτε τους διπλούς λόγους  $(ABDC), (DBCA)$  και  $(ACDB)$  της Άσκησης 7.3(α').

**Άσκηση 7.5** Βρείτε το διπλό λόγο  $(ABCD)$  όταν

α'.  $A, B, C, D$  βρίσκονται σε αυτή τη διάταξη και  $AB = 2, BC = 3$  και  $CD = 4$ ,

β'.  $A, D, B, C$  βρίσκονται σε αυτή τη διάταξη και  $AD = 6, DB = 2$  και  $BC = 3$ ,

γ'.  $AB : BC = 3 : 1$  και  $D$  είναι ιδεατό σημείο,

δ'.  $AD : DC = 2 : 3$  και  $B$  είναι ιδεατό σημείο.

**Άσκηση 7.6** Τα σημεία  $A, B, C, D, E$  βρίσκονται σε μία ευθεία στο έδαφος, και  $BD = 2, CD = 1$ . Για τα αντίστοιχα σημεία  $A', B', C', D', E'$  σε μία αεροφωτογραφία μετρούμε τις αποστάσεις  $A'B' = 4, B'C' = 4, C'D' = 2$  και  $D'E' = 1$ . Υπολογίστε τις αποστάσεις  $AD$  και  $DE$  στο έδαφος.

**Άσκηση 7.7** Παίρνετε μία φωτογραφία στο ηλιοβασίλεμα από την Οία, στην οποία φαίνονται δύο κτίσματα στη Θηρασία ( $A$ ) και ( $B$ ) που απέχουν ένα χιλιόμετρο το ένα από το άλλο, ένα πλοίο ( $C$ ) και ο ήλιος που δύει στον ορίζοντα ( $D$ ). Στη φωτογραφία τα αντίστοιχα σημεία  $A', B', C', D'$  βρίσκονται σε μία ευθεία και οι αποστάσεις μεταξύ τους είναι  $A'B' = 1$ ,

$B'C' = 2$ ,  $C'D' = 2$ . Σε πόση απόσταση από (το κτίσμα  $B$  στη) Θηρασία βρίσκεται το πλοίο; (Υποθέστε ότι τα δύο κτίσματα και το πλοίο βρίσκονται περίπου σε ευθεία με τον ήλιο που δύει.)

**Άσκηση 7.8** Κόψτε έναν δίσκο με διάμετρο τουλάχιστον 30 cm από μία πλαστική σακούλα ή μαλακό ύφασμα. Στο ένα τέταρτο της περιφέρειας του δίσκου σημειώστε τα σημεία  $A$ ,  $B$ ,  $C$  και στο αντιδιαμετρικό τέταρτο τα αντιδιαμετρικά σημεία  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ . Κολλήστε, ή με κάποιο άλλο τρόπο στερεώστε, το σημείο  $A$  στο σημείο  $A'$ , το σημείο  $B$  στο σημείο  $B'$  και το σημείο  $C$  στο σημείο  $C'$ . Μπορείτε να συνεχίσετε και να κολλήσετε το άλλο τέταρτο της περιφέρειας του δίσκου στο αντιδιαμετρικό του; Τι σας εμποδίζει;