

## MEM 233 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Φυλλάδιο Προβλημάτων 8

**Άσκηση 8.1** Σχεδιάστε τις υ-ευθείες  $\varepsilon_0, \varepsilon_{-2}, \varepsilon_{0,1}, \varepsilon_{-3,2}$  και  $\varepsilon_{\frac{3}{4}, \frac{1}{4}}$ . Ποιές από αυτές είναι παράλληλες; Ποιές είναι υπερπαράλληλες;

**Άσκηση 8.2** Βρείτε τις υ-ευθείες που περνούν από τα σημεία

α'.  $i$  και  $2i$ ,

β'.  $i$  και  $\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$ ,

γ'.  $3 + 2i$  και  $2 + 5i$ .

**Άσκηση 8.3** Βρείτε τα πέρατα των υ-ευθειών στην Άσκηση 8.2

**Άσκηση 8.4** Σχεδιάστε τις υ-ευθείες με πέρατα  $(2, 3), (3, \infty), (-1, 2)$  και  $(\infty, -2)$ .

**Άσκηση 8.5** Δίδεται η υ-ευθεία  $\varepsilon_{2,3}$  και το σημείο  $w_0 = 2+i$ . Από το σημείο  $w_0$  υπάρχουν ακριβώς δύο υ-ευθείες παράλληλες στην  $\varepsilon_{2,3}$  και άπειρες υ-ευθείες υπερπαράλληλες προς την  $\varepsilon_{2,3}$ . Βρείτε τα πέρατα των δύο παράλληλων υ-ευθειών, και μία παραμετρική έκφραση για τα πέρατα των υπερπαράλληλων.

**Άσκηση 8.6** Εξετάστε ποιές από τις ακόλουθες απεικονίσεις είναι υπερβολικοί μετασχηματισμοί, και ποιές είναι μετασχηματισμοί Möbius;

α'.  $f(z) = 3z + 1$

β'.  $f(z) = -z + 2$

γ'.  $f(z) = \frac{2z+3}{2z+2}$

δ'.  $f(z) = \frac{2\bar{z}+2}{3\bar{z}+1}$

ε'.  $f(z) = \frac{3z+6}{2z+4}$

ε'.  $f(z) = \frac{3}{\bar{z}} - 1$

ζ'.  $f(z) = \frac{3}{z} - 1$

η'.  $f(z) = -\frac{3}{z} - 2$

θ'.  $f(z) = 2z - \frac{3}{z}$

ι'.  $f(z) = \frac{1}{2z-5}$

ια'.  $f(z) = \frac{1}{2\bar{z}+1}$

ιβ'.  $f(z) = \frac{1}{-2z-2}$

Γράψτε όσους είναι υπερβολικοί μετασχηματισμοί στην κανονική μορφή (α') ή (β'), με  $ad - bc = 1$ .

**Άσκηση 8.7** Για τους υπερβολικούς μετασχηματισμούς της Άσκησης 8.6, βρείτε την εικόνα του  $\infty$  και το σημείο  $z \in \partial\mathcal{H}$  που απεικονίζεται στο  $\infty$ .