

Μ1121 ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ

Περιεχόμενο του μαθήματος είναι ο Απειροστικός Λογισμός πολλών μεταβλητών. Το πνεύμα είναι το ίδιο όπως στο μάθημα Απειροστικός Λογισμός Ι.

Υλη

1. Η Γεωμετρία του Ευκλείδειου Χώρου: Ο Ευκλείδειος Χώρος των 2,3 κ.λπ. διαστάσεων. Διανύσματα. Εσωτερικό γινόμενο και οι ιδιότητές του. Ευθείες και επίπεδα. Σύντομη αναφορά σε πίνακες και ορίζουσες.

2. Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών: Παραδείγματα. Ισοσταθμικές καμπύλες και επιφάνειες. Όρια και συνέχεια συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Ιδιότητες, παραδείγματα.

3. Μερικές παράγωγοι: Ορισμός των μερικών παραγώγων και της έννοιας της παραγωγισιμότητας μιας συνάρτησης πολλών μεταβλητών. Γεωμετρική ερμηνεία. Σχέση με συνέχεια και άλλες ιδιότητες. Κανόνας της αλυσίδας. Κλίση και παράγωγος κατά κατεύθυνση. Ρυθμός μέγιστης και ελάχιστης μεταβολής, εφαπτόμενο επίπεδο και κάθετο διάνυσμα του γραφήματος μιας συνάρτησης δυο μεταβλητών. Μερικές παράγωγοι ανώτερης τάξης. Ορισμοί. Ισότητα μικτών παραγώγων.

4. Καμπύλες: Παραμετρική παράσταση καμπύλης στον $\mathbf{R}^2$ και στον $\mathbf{R}^3$. Παραγωγίσιμες καμπύλες, εφαπτόμενο διάνυσμα, ταχύτητα και επιτάχυνση, γωνία καμπυλών. Καμπυλότητα. Μήκος καμπύλης. Εφαρμογές στη Φυσική (π.χ. εφαπτομενική και κάθετη συνιστώσα της επιτάχυνσης).

5. Μέγιστα και ελάχιστα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών: Τύπος του Taylor. Συνθήκες για τοπικά μέγιστα ή ελάχιστα ή σαγματικά σημεία πραγματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών (Πίνακας του Hesse κ.λπ.). Μέγιστα και ελάχιστα υπό συνθήκες (πολλαπλασιαστές Lagrange). Παραδείγματα.

6. Πεπλεγμένες συναρτήσεις: Θεώρημα πεπλεγμένων συναρτήσεων (σκιαγράφηση της απόδειξης στην περίπτωση δύο μεταβλητών.) Παραγωγή συναρτήσεων που δίνονται σε πεπλεγμένη μορφή. Θεώρημα Αντίστροφης απεικόνισης. Εφαπτόμενο διάνυσμα της τομής δυο επιφανειών. Εφαπτόμενο επίπεδο και κάθετο διάνυσμα επιφάνειας.

7. Διπλά ολοκληρώματα: Αρχή Cavalieri. Εφαρμογές. Ορισμός του διπλού ολοκληρώματος πάνω σε ορθογώνια. Ιδιότητες. Υπολογισμός διπλού ολοκληρώματος με επαναλαμβανόμενη (διαδοχική) ολοκλήρωση. Θεώρημα Fubini. Το διπλό ολοκλήρωμα πάνω σε πιο γενικά χωρία. Αλλαγή σειράς ολοκλήρωσης. Θεώρημα Μέσης τιμής για διπλά ολοκληρώματα. Παραδείγματα.

8. Τριπλά ολοκληρώματα: Ορισμός, ιδιότητες, υπολογισμός. Παραδείγματα. Η γεωμετρία των απεικονίσεων από των $\mathbf{R}^2$ στον $\mathbf{R}^2$. Ιακωβιανή ορίζουσα. Τύπος αλλαγής συντεταγμένων (με γεωμετρική αιτιολόγηση). Πολικές, σφαιρικές και κυλινδρικές συντεταγμένες.

9. Εφαρμογές: Ροπές αδρανείας. Κέντρα βάρους. Γενικευμένα διπλά και τριπλά ολοκληρώματα.