

M1122 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

Αντικείμενο του μαθήματος είναι η μελέτη της Γραμμικής Άλγεβρας των χώρων $\mathbf{R}^n$ και $\mathbf{C}^n$ και των γραμμικών υποχώρων τους. Βασικό εργαλείο αποτελεί η διαδικασία απαλοιφής Gauss για την επίλυση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων. Η συστηματική μελέτη της διαδικασίας απαλοιφής στοχεύει να αναδείξει τη χρησιμότητά της σε υπολογιστικά προβλήματα, ενώ παράλληλα αξιοποιείται για τη βαθύτερη θεωρητική ανάλυση των εννοιών που συνδέονται με συστήματα γραμμικών εξισώσεων, την άλγεβρα του $\mathbf{R}^n$ και την άλγεβρα των πινάκων.

Ύλη

Εβδομάδες 1 - 3.

Συστήματα γραμμικών εξισώσεων. Σύνδεση με Αναλυτική Γεωμετρία. Γεωμετρική περιγραφή στο επίπεδο και το χώρο. Διανύσματα (n -άδες πραγματικών αριθμών). Γραμμικοί συνδυασμοί. Επίλυση συστήματος με απαλοιφή Gauss και ανάδρομη αντικατάσταση.

Πίνακες. Πρόσθεση και πολλαπλασιασμός πινάκων. Ιδιότητες πράξεων. Έκφραση της απαλοιφής Gauss ως παραγοντοποίηση πινάκων. Εναλλαγές γραμμών, πίνακες μεταθέσεων. Αντίστροφοι πίνακες, διαδικασία Gauss-Jordan. Ανάστροφοι πίνακες.

Εβδομάδες 4 - 6.

Γραμμικοί υπόχωροι του $\mathbf{R}^n$. Χώρος στηλών και μηδενόχωρος ενός πίνακα. Σύστημα m εξισώσεων με n αγνώστους. Πίνακες σε κλιμακωτή μορφή. Λύσεις ομογενούς και μη ομογενούς συστήματος. Γραμμική εξάρτηση και ανεξαρτησία. Παράγον υποσύνολο ενός υπόχωρου. Βάση ενός υπόχωρου. Διάσταση ενός υπόχωρου. Οι τέσσερεις θεμελιώδεις υπόχωροι ενός πίνακα. Εύρεση βάσεων των θεμελιωδών υποχώρων.

Εβδομάδες 7 - 9.

Απεικονίσεις που προκύπτουν από πίνακες. Γραμμικές απεικονίσεις, παραδείγματα. Ιδιότητες γραμμικών απεικονίσεων. Ύπαρξη αριστερών ή δεξιών αντιστρόφων. Μήκος διανύσματος, ορθογωνιότητα. Ορθογώνιο συμπλήρωμα διανυσματικού υπόχωρου. Ορθογωνιότητα θεμελιωδών υποχώρων. Ορθογώνια προβολή σε υπόχωρο.

Εβδομάδες 10 - 13.

Ορίζουσα, ιδιότητες, μοναδικότητα. Υπολογισμός με απαλοιφή Gauss. Έκφραση ως πολυώνυμο (η απόδειξη προαιρετικά). Συμπαράγοντες. Συζυγής πίνακας. Υπολογισμός αντιστρόφου. Κανόνας Cramer}.

Ιδιοτιμές, ιδιοδιανύσματα. Χαρακτηριστικό πολυώνυμο. Υπολογισμός ιδιοδιανυσμάτων στο $\mathbf{R}^n$ και στο $\mathbf{C}^n$. Αλγεβρική και γεωμετρική πολλαπλότητα ιδιοτιμής. Διαγωνιοποίηση πίνακα.