

M1211 ΑΝΑΛΥΣΗ Ι

1. Πραγματικοί Αριθμοί.

Αξιωματική θεμελίωση των πραγματικών αριθμών. Ορισμός των φυσικών και ρητών. Αρχή ελαχίστου και επαγωγής. Το αξίωμα της πληρότητας. Ύπαρξη ακεραίου μέρους. Ύπαρξη n -οστής ρίζας. Ύπαρξη άρρητων αριθμών. Η πυκνότητα των ρητών και των άρρητων. Ορισμός δύναμης σε αυθαίρετο πραγματικό αριθμό (εναλλακτικά, αυτό μπορεί να γίνει μέσω ακολουθιών στο 2).

2. Ακολουθίες Πραγματικών Αριθμών.

Ορισμός του ορίου. Βασικές ιδιότητες. Σύγκλιση μονότονων ακολουθιών. Ορισμός του αριθμού e . Κιβωτισμοί διαστημάτων. Υπακολουθίες. Θεώρημα Bolzano – Weierstrass. Ακολουθίες Cauchy. $\liminf$ και $\limsup$.

3. Σειρές Πραγματικών Αριθμών.

Ορισμός και βασικές ιδιότητες. Το κριτήριο Cauchy. Σειρές μη αρνητικών όρων. Κριτήρια σύγκρισης και παραλλαγές τους. Κριτήρια ρίζας και λόγου. Κριτήριο συμπίκνωσης. Σειρές όρων με αυθαίρετα πρόσημα. Απόλυτη και υπό συνθήκη σύγκλιση. Κριτήριο Dirichlet – άθροιση κατά μέρη. Αναδιατάξεις και γινόμενα σειρών (χωρίς αποδείξεις).

4. Όρια Συναρτήσεων και Συνέχεια.

Ορισμός του ορίου (με σημεία συσσώρευσης). Βασικές ιδιότητες. Ακολουθιακός ορισμός. Ορισμός της συνέχειας. Βασικές ιδιότητες. Ακολουθιακός χαρακτηρισμός. Θεωρήματα ελάχιστης – μέγιστης τιμής. Θεώρημα ενδιάμεσης τιμής. Συνέχεια αντίστροφης συνάρτησης.

5. Παράγωγοι.

Σκοπός είναι να γίνουν αυστηρές αποδείξεις κάποιων αποτελεσμάτων γνωστών από τον Απειροστικό Λογισμό: Κανόνας αλυσίδας και θεώρημα αντίστροφης απεικόνισης. Θεώρημα Taylor. Κάποιος από τους κανόνες L'Hôpital. Συνέχεια κυρτών συναρτήσεων. Σχέση κυρτότητας με την παράγωγο.