

M1212 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

Αντικείμενο του μαθήματος είναι η μελέτη διανυσματικών χώρων και γραμμικών απεικονίσεων. Εισάγονται οι έννοιες του διανυσματικού χώρου και των γραμμικών απεικονίσεων και μελετώνται τα βασικά αποτελέσματα της Γραμμικής Άλγεβρας, ξεκινώντας από τα αξιώματα. Σκοπός του μαθήματος είναι αφ' ενός να συνδέσει τη μελέτη θεωρητικών προβλημάτων με τις υπολογιστικές μεθόδους και τεχνικές που αναπτύχθηκαν στη Γραμμική Άλγεβρα Ι, και αφ' ετέρου να αναδείξει τη χρησιμότητα της αξιωματικής προσέγγισης, παρουσιάζοντας έννοιες και παραδείγματα όπου αυτή είναι αποτελεσματικότερη.

Ύλη

Εβδομάδες 1 - 4.

Αξιωματικές θεωρίες. Σώματα. Διανυσματικοί Χώροι. Παραδείγματα. Πρώτα αποτελέσματα από τα αξιώματα.

Γραμμικοί υπόχωροι. Παραδείγματα. Γραμμικοί συνδυασμοί. Υπόχωρος που παράγεται από ένα σύνολο. Πεπερασμένα παραγόμενοι υπόχωροι.

Γραμμική εξάρτηση και ανεξαρτησία. Βάση. Ύπαρξη βάσης σε πεπερασμένα παραγόμενους διανυσματικούς χώρους. Διάσταση.

Άθροισμα και (εσωτερικό) ευθύ άθροισμα γραμμικών υποχώρων. Παραδείγματα.

Εβδομάδες 5 - 7.

Γραμμικές Απεικονίσεις. Παραδείγματα, μη παραδείγματα. Στοιχειώδεις ιδιότητες. Διανυσματικός χώρος γραμμικών απεικονίσεων. Υπόχωροι που σχετίζονται με μία γραμμική απεικόνιση. Σχέση διαστάσεων.

Σύνθεση γραμμικών απεικονίσεων. Ισομορφισμοί. Θεώρημα ισομορφισμού για διανυσματικούς χώρους πεπερασμένης διάστασης.

Ευθύ άθροισμα (εξωτερικό). Χώρος πηλίκου. Παραδείγματα. Σχέσεις διαστάσεων. Θεώρημα (κανονικού) ισομορφισμού $\text{im } L \approx X / \ker L$. Άλλα θεωρήματα ισομορφισμού. Δυϊκοί χώροι.

Εβδομάδες 8 - 9.

Πίνακες πάνω από ένα σώμα. Σχέση γραμμικών απεικονίσεων με πίνακες και βάσεις. Σύνδεση με αποτελέσματα στη Γραμμική Άλγεβρα Ι. Πίνακας σύνθεσης γραμμικών απεικονίσεων.

Αλλαγή βάσης. Αλλαγή συντεταγμένων διανύσματος, αλλαγή πίνακα γραμμικής απεικόνισης. Ομοιότητα πινάκων.

Εβδομάδες 10 - 13.

Αναλλοίωτοι υπόχωροι τελεστών. Χαρακτηριστικό πολυώνυμο. Άλγεβρική και γεωμετρική πολλαπλότητα ιδιοτιμών. Τριγωνοποίηση. Θεώρημα Cayley - Hamilton.

Νόρμα και εσωτερικό γινόμενο. Παραδείγματα. Ανισότητα Cauchy - Schwarz. Ορθοκανονικοποίηση Gram - Schmidt. Ορθογώνιοι-μοναδιαίοι και συμμετρικοί-ερμιτιανοί πίνακες και τελεστές. Διαγωνιοποίηση συμμετρικών-ερμιτιανών πινάκων.