

M1221 ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

1. Ομοιόμορφη συνέχεια.

Ορισμός. Ακολουθιακός χαρακτηρισμός. Κριτήριο φραγμένης παραγώγου. Σχέση με ακολουθίες Cauchy. Ομοιόμορφη συνέχεια συνεχών συναρτήσεων σε κλειστά διαστήματα. Χαρακτηρισμός των ομοιόμορφα συνεχών συναρτήσεων σε ανοιχτά και φραγμένα διαστήματα.

2. Ολοκλήρωμα Riemann.

Ορισμός με άνω και κάτω αθροίσματα (Darboux). Κριτήριο Riemann. Ολοκληρωσιμότητα συνεχών και μονότονων συναρτήσεων. Απόδειξη των βασικών ιδιοτήτων του ολοκληρώματος. Αναφορά (χωρίς απόδειξη) στην ισοδυναμία των ορισμών Darboux και Riemann. Απόδειξη του 1^{ου} και 2^{ου} θεμελιώδους θεωρήματος του Απειροστικού Λογισμού. Σύντομη αναφορά στα γενικευμένα ολοκληρώματα. Το ολοκληρωτικό κριτήριο για σειρές.

3. Ακολουθίες Συναρτήσεων.

Κατά σημείο και ομοιόμορφη σύγκλιση. Έμφαση στα παραδείγματα. Συνέχεια, ολοκληρωσιμότητα και παραγωγισιμότητα ορίων συναρτήσεων. Το θεώρημα προσέγγισης του Weierstrass.

4. Σειρές Συναρτήσεων.

Ορισμοί και παραδείγματα. Το M-κριτήριο του Weierstrass. Δυναμοσειρές. Τύποι για την ακτίνα σύγκλισης. Παραγωγισιμότητα του ορίου. Ως εφαρμογή, ο αυστηρός ορισμός των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Το θεώρημα του Abel.