

M1312 ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι

1. Πολύ σύντομη επανάληψη γνωστών εννοιών, όπως μέτρο, συζυγής μιγαδικός, όρισμα κ.τ.λ.

2. Στοιχειώδης Τοπολογία του Μιγαδικού Επιπέδου.

Ανοιχτά, κλειστά και κατά τόξα συνεκτικά σύνολα. Σύγκλιση ακολουθιών και σειρών μιγαδικών αριθμών. Όρια και συνέχεια μιγαδικών συναρτήσεων. Το όριο στο άπειρο.

3. Αναλυτικές Συναρτήσεις.

Ορισμός και απλά παραδείγματα. Βασικές ιδιότητες – αναλογία με την παράγωγο του Απειροστικού Λογισμού. Συνθήκες Cauchy – Riemann. Παραδείγματα: Δυνάμεις, ρίζες, γραμμικοί κλασματικοί μετασχηματισμοί, οι συναρτήσεις $\log$, $\exp$, $\sin$, $\cos$, και οι βασικές τους ιδιότητες. Παραδείγματα απεικονίσεων μεταξύ χωρίων (από το δίσκο στο ημιεπίπεδο κ.τ.λ.)

4. Θεωρία Cauchy.

Επικαμπύλια ολοκληρώματα. Το Θεώρημα του Cauchy (μέσω του θεωρήματος του Green). Ο ολοκληρωτικός τύπος του Cauchy για αναλυτικές συναρτήσεις και τις παραγώγους τους. Εκτιμήσεις Cauchy, θεώρημα Liouville, το θεμελιώδες θεώρημα της Άλγεβρας.

5. Δυναμοσειρές.

Ορισμοί. Κατά σημείο και ομοιόμορφη σύγκλιση. Ακτίνα σύγκλισης. Ανάπτυγμα Taylor αναλυτικών συναρτήσεων. Παραδείγματα. Εφαρμογές: Αρχή ταυτότητας, αρχή ελαχίστου – μεγίστου.

6. Ανωμαλίες.

Μεμονομένες ανωμαλίες. Σειρές Laurent. Ολοκληρωτικά υπόλοιπα. Εφαρμογές σε υπολογισμούς ολοκληρωμάτων. Το θεώρημα Rouché.