

ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Παρατηρήσεις

1. Διαβάστε προσεκτικά τα θέματα πριν αρχίσετε να απαντάτε. Οι απαντήσεις πρέπει να είναι σαφείς, σύντομες και αιτιολογημένες.
2. Πρέπει να παραδώσετε όλες τις κόλλες που χρησιμοποιήσατε.
3. Η εξέταση διαρκεί 2 ώρες.

ΘΕΜΑ 1

Βρείτε για ποιούς θετικούς ακεραίους n ισχύει η ανισότητα $n! > 2^n$, όπου $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Αποδείξτε τον ισχυρισμό σας.

ΘΕΜΑ 2

Εξετάστε εάν υπάρχουν ακεραίοι n για τους οποίους το κλάσμα $\frac{7n+9}{3n+4}$ απλοποιείται.

ΘΕΜΑ 3

Βρείτε σε ποιό υποσύνολο του μιγαδικού επιπέδου ανήκουν οι αριθμοί z για τους οποίους ισχύει $|z + 2i| > |z - 2|$.

ΘΕΜΑ 4

Βρείτε όλες τις ρίζες της εξίσωσης $z^3 = 4\sqrt{2}(1+i)$, και σχεδιάστε τις στο μιγαδικό επίπεδο.