

Απειροστικός Λογισμός Ι

Άσκηση 1: Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$(\alpha) \int_0^{\pi/3} \sec^2(x) \tan(x) dx, \quad (\beta) \int_0^{\pi/4} x \sin(x) dx,$$

και την παράγωγο

$$\frac{d}{dx} \int_{1+3x^2}^1 \frac{1}{2+t^2} dt.$$

Άσκηση 2: Αποδείξτε ότι αν

$$\frac{a_0}{1} + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{n+1} = 0$$

τότε

$$a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n = 0$$

για κάποιο x στο $(0, 1)$.

Άσκηση 3: Υπολογίστε τα όρια των ακολουθιών

$$(\alpha) \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, \quad x \in \mathbb{R}, \quad (\beta) \sqrt[n]{n^2}$$

Άσκηση 4: Υπολογίστε εάν και για ποιες τιμές του $\alpha > 0$ η συνάρτηση $f(x) = |x|^\alpha$ είναι παραγωγίσιμη στο 0.