

## Απειροστικός Λογισμός II

**Άσκηση 1:** Βρείτε το εφαπτόμενο επίπεδο στην επιφάνεια  $z = 1 + 2(x - 1)^2 + (y - 1)^2$  στο σημείο της μορφής  $(-1, -1, c)$  (για κατάλληλη τιμή του  $c$ ). Βρείτε το σημείο  $(x, y, z)$  της επιφάνειας που έχει την ελάχιστη τιμή του  $z$ .

**Άσκηση 2:** Βρείτε το σημείο πάνω στη σφαίρα με κέντρο το σημείο  $(2, 2, 2)$  και ακτίνα 1, που είναι πλησιέστερο στο σημείο  $(0, 0, 0)$ , χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πολλαπλασιαστών Lagrange. Αφήστε αριθμούς όπως  $\sqrt{3}$  ως έχουν.

**Άσκηση 3:** Αν  $u(x, y) = x + y$ ,  $v(x, y) = \sin(xy)$  και  $f(u, v) = e^u + e^{-v}$ , βρείτε τις πρώτες μερικές παραγώγους της συνάρτησης  $g(x, y)$ , οπού  $g(x, y) = f(u(x, y), v(x, y))$ .

**Άσκηση 4:** Αν οι συναρτήσεις  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  και  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι δυο φορές συνεχώς παραγωγίσιμες, και

$$f(x, y) = g(2x - y) + h(2x + y),$$

βρείτε την τιμή του  $\alpha$  τέτοιου ώστε

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = 0.$$