



Πέμπτη 15 Απριλίου 2021

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 10

- 1) Βρείτε την απόλυτη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x, y) = 2x^2 - 2xy + y^2 - y + 3$ στην κλειστή τριγωνική περιοχή του επιπέδου xy με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(2, 0)$ και $(0, 2)$.
- 2) Βρείτε την απόλυτη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x, y) = x^2y$ στο σύνολο $D = \{(x, y) : 3x^2 + 4y^2 \leq 12\}$.
- 3) Σχεδιάστε ένα κυλινδρικό δοχείο (με καπάκι) έτσι ώστε να περιέχει 1 λίτρο νερού, χρησιμοποιώντας την ελάχιστη δυνατή ποσότητα μετάλλου.
- 4) Βρείτε το σημείο της επιφάνειας με εξίσωση $z^2 - xy = 1$ το οποίο βρίσκεται κοντύτερα στο σημείο $(0, 0, 0)$.
- 5) Βρείτε τα ακρότατα της
 - (i) $f(x, y) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ υπο τον περιορισμό $g(x, y) = x^2 + y^2 = 1$, $(a, b > 0)$.
 - (ii) $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ υπο τον περιορισμό $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
- 6) Πότε n θετικοί αριθμοί με δεδομένο άθροισμα έχουν μέγιστο γινόμενο; Στη συνέχεια αποδείξτε την ανισότητα Αριθμητικού-Γεωμετρικού Μέσου του Cauchy:

$$\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad x_1, x_2, \dots, x_n > 0.$$

Πότε αυτή η ανισότητα γίνεται ισότητα;