



Πέμπτη 18 Φεβρουαρίου 2021

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II, τμήμα Β

Φυλλάδιο 2

1) Να περιγράψετε

1. τις επιφάνειες (α) $r = \text{σταθερά}$, (β) $\theta = \text{σταθερά}$ (γ) $z = \text{σταθερά}$, στο σύστημα κυλινδρικών συντεταγμένων.
2. τις επιφάνειες (α) $\rho = \text{σταθερά}$, (β) $\theta = \text{σταθερά}$ (γ) $\phi = \text{σταθερά}$, στο σύστημα σφαιρικών συντεταγμένων.

2) Περιγράψτε τη γεωμετρική σημασία των παρακάτω απεικονίσεων (που είναι γραμμένες σε σφαιρικές συντεταγμένες):

1. $(\rho, \theta, \phi) \rightarrow (\rho, \theta + \pi, \phi)$
2. $(\rho, \theta, \phi) \rightarrow (\rho, \theta, \pi - \phi)$
3. $(\rho, \theta, \phi) \rightarrow (2\rho, \theta + \frac{\pi}{2}, \phi)$

3) Μια δεξαμενή με σχήμα κώνου με εξίσωση $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 < z < 10$, ύψους 10 μέτρων, είναι γεμάτη με νερό μέχρι του ύψους $z = 8$ μέτρα. Περιγράψτε, σε κυλινδρικές συντεταγμένες, τον χώρο που καταλαμβάνει ο αέρας μέσα στη δεξαμενή.

4) Μετατρέψτε τα παρακάτω σημεία από Καρτεσιανές σε κυλινδρικές και σφαιρικές συντεταγμένες και σχεδιάστε τα: (α) $(0, 3, 4)$, (β) $(-\sqrt{2}, 1, 0)$, (γ) $(0, 0, 0)$, (δ) $(-1, 0, 1)$ καθώς και (ε) $(-2\sqrt{3}, -2, 3)$.

5) Σχεδιάστε πρόχειρα τις καμπύλες στάθμης και τα γραφήματα των παρακάτω συναρτήσεων:

1. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x - y + 2$,
2. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 + 4y^2$,
3. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = -xy$.

6) Να σχεδιάσετε πρόχειρα τις καμπύλες στάθμης (στο επίπεδο xy) για τη συνάρτηση f και τις ειδικές τιμές του c που δίνονται. Σχεδιάστε πρόχειρα το γράφημα της $z = f(x, y)$, όπου

$$f(x, y) = (100 - x^2 - y^2)^{1/2}, \quad c = 0, 2, 4, 6, 8, 10.$$