



Πέμπτη 25 Φεβρουαρίου 2021

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 3

1) Βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων

$$(a) \frac{e^x y^2}{x - y}, \quad (b) \frac{xy^2}{\sqrt{x - y}}, \quad (c) \frac{y^2 \sqrt{x}}{\sqrt{y - x^2}}.$$

2) Υπολογίστε τα παρακάτω όρια αν υπάρχουν και σε περίπτωση που δεν υπάρχουν δώστε απόδειξη.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 + 3}, \quad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}, \quad (c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}.$$

3) Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}.$$

(α) Αποδείξτε ότι κατά μήκος των ευθειών  $y = kx$ ,  $k \in \mathbf{R}$ , ισχύει

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0.$$

(β) Δείξτε ότι δεν υπάρχει το όριο

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y).$$

4) Αποδείξτε ότι

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy \sin(\frac{1}{x})}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0.$$

5) Αποδείξτε ότι

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(|x| + |y|)}{|x| + |y|} = 1.$$

6) Ελέγξτε αν το όριο υπάρχει και αν υπάρχει βρείτε το.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - \sin x + y}{x^3 + 6y}.$$