



Παρασκευή 26 Μαρτίου 2021

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 7

1) Υπολογίστε όλες τις δεύτερες μερικές παραγώγους της συνάρτησης

(i)

$$f(x, y) = \cos \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 \neq 0.$$

(ii) $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, όπου A είναι $n \times n$ συμμετρικός πίνακας.

2) Έστω η συνάρτηση

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - 2y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Υπολογίστε τις τιμές των $f_{xy}(0, 0)$ και $f_{yx}(0, 0)$.

3) Αν $g(t) = te^t$ και

$$f(x, y) = g\left(\frac{x-y}{x+y}\right), \quad x+y \neq 0,$$

σε ποιά κατεύθυνση η κατά κατεύθυνση παράγωγος της f στο σημείο $(1, 1)$ είναι (α) ίση με μηδέν; (β) Η μέγιστη δυνατή; (γ) η ελάχιστη δυνατή; Βρείτε το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στο γράφημα της $z = f(x, y)$ στο σημείο (x, y, z) όπου $(x, y) = (1, 0)$.

4) Υπολογίστε τις δεύτερες παραγώγους της πραγματικής συνάρτησης

$$f(x, y) = g(u(x, y), v(x, y)),$$

συναρτήσει των μερικών παραγώγων των g , u και v .

5) Έστω $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ μία C^2 συνάρτηση και $\mathbf{c}(t)$ μία C^2 καμπύλη στον \mathbf{R}^2 . Βρείτε έναν τύπο για την $\frac{d^2}{dt^2} f(\mathbf{c}(t))$ χρησιμοποιώντας δύο φορές τον κανόνα της αλυσίδας.