



Πέμπτη 1 Απριλίου 2021

Σ. Φίλιππας

Απειροστικός Λογισμός II

Φυλλάδιο 8

1) Γράψτε το ανάπτυγμα Taylor δεύτερης τάξης των παρακάτω συναρτήσεων

(i) $f(x, y) = \cos xy$, στο σημείο $(1, \pi)$.

(ii) $f(x, y, z) = xe^{y+z}$, στο σημείο $(0, 0, 0)$.

2) Βρείτε τα κρίσιμα σημεία των συναρτήσεων

(i) $f(x, y) = 3x^2 + y^2 + 2xy + 2x + y + 4$

(ii) $f(x, y) = e^x \cos y$

(iii) $f(x, y) = (x - y)(xy - 1)$

3) Για τις παρακάτω τετραγωνικές μορφές Q βρείτε το συμμετρικό πίνακα A έτσι ώστε $Q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$, όπου $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$.

(i) $Q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2$,

(ii) $Q(\mathbf{x}) = x_1^2 - 7x_2^2$.

(iii) $Q(\mathbf{x}) = x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 - 7x_1x_2 + 6x_1x_3$

4) Χωρίς χρήση Απειροστικού Λογισμού βρείτε τις μέγιστες ή/και ελάχιστες τιμές των συναρτήσεων καθώς και τα σημεία που αυτές λαμβάνονται.

(i) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$,

(ii) $f(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$,

(iii) $f(x, y) = (x - 1)^2 + (x - y)^2$,

(iv) $f(x, y) = \frac{\sin^2 x}{1+y^2}$.

5) Βρείτε και χαρακτηρίστε (δηλ. μέγιστο, ελάχιστο, σάγμα κλπ) τα κρίσιμα σημεία των συναρτήσεων

(i) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy$,

(ii) $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy + 6x + 3y$,

(iii) $f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{8}{y}$,