



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 16 Δεκεμβρίου 2021

Σ. Φίλιππας

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι τμ. Β

Φυλλάδιο 11

1) Δείξτε ότι αν η  $f$  είναι ομοιόμορφα συνεχής στο  $(a, b]$  και στο  $[b, c)$  τότε είναι ομοιόμορφα συνεχής στο  $(a, c)$ .

2) Δείξτε ότι το γινόμενο δυο φραγμένων και ομοιόμορφα συνεχών συναρτήσεων είναι ομοιόμορφα συνεχής συνάρτηση.

3) Έστω  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  παραγωγίσιμη στο 0. Αποδείξτε ότι το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) + f(x) - 2f(0)}{3x},$$

υπάρχει και υπολογίστε το.

4)) Αποδείξτε τις παρακάτω ανισότητες

(i)  $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}, \quad x > 0.$

(ii)  $x \ln x + y \ln y \leq (x + y) \ln(x + y), \quad x > 0, y > 0.$

5) Ελέγξτε ως προς την παραγωγισιμότητα τη συνάρτηση

$$f(x) = [x] \sin^2(\pi x), \quad x \in \mathbf{R}.$$