



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 21 Οκτωβρίου 2021

Σ. Φίλιππας

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι τμ. Β

Φυλλάδιο 3

1) Μελετήστε ως προς τη σύγκλιση την ακολουθία

$$b_n = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}.$$

2) Έστω η ακολουθία  $\{x_n\}$  τέτοια ώστε  $x_n > 0$  και  $\lim \frac{x_{n+1}}{x_n} = l > 1$ . Δείξτε ότι  $\lim x_n = +\infty$ .

3) Έστω  $A \subset \mathbf{R}$  άνω φραγμένο. Δείξτε ότι υπάρχει **αύξουσα** ακολουθία  $x_n \in A$  τ.ω.  $x_n \rightarrow \sup A$ .

4) Μελετήστε ως προς τη σύγκλιση την ακολουθία θετικών αριθμών  $\{a_n\}$  που δίδεται από

$$1 \leq a_1 \leq 2, \quad a_{n+1}^2 = 3a_n - 2, \quad n \in \mathbf{N}.$$

5) Η ακολουθία  $\{x_n\}$  είναι άνω φραγμένη και ικανοποιεί

$$x_{n+1} \geq x_n - \frac{1}{2^n}, \quad n \in \mathbf{N}.$$

Δείξτε ότι η  $\{x_n\}$  συγκλίνει.