



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 11 Νοεμβρίου 2021

Σ. Φίλιππας

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι τμ. Β

Φυλλάδιο 6

1) Μελετήστε ως προς την σύγκλιση τη παρακάτω σειρά, για τις διάφορες τιμές του  $p \in \mathbf{R}$ .

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}.$$

2) Μελετήστε ως προς την σύγκλιση τη (γνωστή) σειρά  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ ,  $p > 0$ , με το κριτήριο συμπίκνωσης καθώς και με το κριτήριο ολοκληρώματος.

3) Μελετήστε ως προς την σύγκλιση τις σειρές

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}, \quad \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)(\ln \ln n)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}.$$

4) Δίδεται ότι η σειρά  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , όπου  $a_n \geq 0$ , συγκλίνει.

(i) Δείξτε ότι

$$\liminf na_n = 0.$$

(ii) Αν επι πλέον η  $\{a_n\}$  είναι φθίνουσα τότε δείξτε ότι

$$\lim na_n = 0.$$