



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 25 Νοεμβρίου 2021

Σ. Φίλιππας

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι τμ. Β

Φυλλάδιο 8

1) Βρείτε τα σημεία συσσώρευσης των συνόλων

$$A = (0, 1] \cap \mathbf{Q}, \quad B = \{a_n = \left(\cos \frac{n\pi}{2}\right)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} : n = 1, 2, \dots\}.$$

2) Για δοθέν  $\varepsilon > 0$ , βρείτε  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  τ.ω. όταν  $|x - x_0| < \delta$  τότε  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ , στις παρακάτω περιπτώσεις

(i)  $f(x) = x^4, \quad x_0 = 16$

(ii)  $f(x) = \sqrt{x}, \quad x_0 = 1$

3) Αν  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  είναι τ.ω.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 10$ , δείξτε ότι υπάρχει  $\delta$  τ.ω.

$$9,5 < f(x) < 11, \quad \forall x \in (-\delta, \delta) \setminus \{0\}.$$

4) Εστω  $f : (-\alpha, \alpha) \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$ . Με χρήση του ορισμού του ορίου δείξτε ότι  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = l$  αν και μόνον εάν

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^3) = l. \quad (1)$$

Μπορούμε στη θέση της (1) να έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2) = l ?$$