



Δευτέρα 06 Δεκεμβρίου 2021

Σ. Φίλιππας

ΠΡΟΟΔΟΣ ΑΝΑΛΥΣΗ Ι τμ. Β

1) Βρείτε, με απόδειξη, τα \sup και \inf καθώς και τα \max και \min (εφόσον υπάρχουν) του συνόλου

$$A = \left\{ \frac{m-n}{m+n} : m, n = 1, 2, \dots \right\}$$

2) (i) Μελετήστε ως προς την σύγκλιση την

$$a_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+\sqrt{1}} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n+\sqrt{n}}, \quad n = 1, 2, \dots$$

(ii) Μελετήστε ως προς την σύγκλιση και την απόλυτη σύγκλιση την

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + (-1)^n}.$$

3) Έστω (a_n) , (b_n) δύο φραγμένες ακολουθίες. Δείξτε ότι

$$\limsup a_n + \liminf b_n \leq \limsup(a_n + b_n) \leq \limsup a_n + \limsup b_n.$$

Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Οι απαντήσεις πρέπει να είναι πλήρως δικαιολογημένες. Διάρκεια διαγωνίσματος: 1 ώρα.