



Πέμπτη 9 Φεβρουαρίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Φυλλάδιο 1

1). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$y' = \frac{e^x}{y}, \quad y(0) = 1.$$

2). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$y' = 2(1+x)(1+y^2), \quad y(0) = 0.$$

Σε ποίο σημείο η λύση λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της;

3). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= y - y^2, & x > 0. \\ y(0) &= \alpha, \end{aligned}$$

για τις διάφορες τιμές του  $\alpha \in \mathbf{R}$ . Στη συνέχεια γράψτε τη γενική λύση της εξίσωσης.

4) Η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[0, 1)$  και ικανοποιεί

$$\begin{aligned} f'(x) &\geq f^2(x), & x \geq 0, \\ f(0) &= 1. \end{aligned}$$

Δείξτε ότι

$$f(x) \geq \frac{1}{1-x}, \quad 0 \leq x < 1.$$

**Υποδ.** Εργαστείτε με παρόμοιο τρόπο σαν η δοθείσα σχέση που ικανοποιεί η  $f$  να ήταν ισότητα αντι για ανισότητα.

Παράδοση: Τετάρτη 15 Φεβρουαρίου 2023