



Πέμπτη 27 Απριλίου 2023

Σ. Φίλιππας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (τμ. Α)

Φυλλάδιο 10

1 Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών τύπου Dirichlet

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, & 0 < x < \pi, & \quad t > 0, \\u(0, t) = u(\pi, t) &= 0, & t > 0, \\u(x, 0) = \sin x + \sin 2x, \quad u_t(x, 0) &= \sin 2x + \sin 3x, & 0 < x < \pi.\end{aligned}$$

2). Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών τύπου Dirichlet

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, & 0 < x < 1, & \quad t > 0, \\u(0, t) = u(1, t) &= 0, & t > 0, \\u(x, 0) = x(1 - x), \quad u_t(x, 0) &= 0, & 0 < x < 1.\end{aligned}$$

3). Δίδεται το μη ομογενές πρόβλημα αρχικών και συνοριακών συνθηκών τύπου Dirichlet

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= \frac{2x}{\pi}, & 0 < x < \pi, & \quad t > 0, \\u(0, t) = u(\pi, t) &= t^2, & t > 0, \\u(x, 0) = \sin 2x, \quad u_t(x, 0) &= \sin 3x, & 0 < x < \pi.\end{aligned}$$

(i) Δείξτε ότι για $x \in (0, \pi)$,

$$\frac{2(\pi - x)}{\pi} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{k\pi} \sin(kx).$$

(ii) Βρείτε τη λύση της παραπάνω μη ομογενούς κυματικής εξίσωσης.

Παράδοση: Τετάρτη 3 Μαΐου 2023